INSTITUTO
SUPERIOR
TÉCNICO

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Soluções de alguns dos exercícios de Exercícios de Representação do Conhecimento - Vol I

Ana Cardoso-Cachopo

Fevereiro de 2007

Conteúdo

Prefácio

Este documento tem as soluções de muitos dos exercícios cujos enunciados foram compilados em "*Exercícios de Representação do Conhecimento - Vol I*" e corresponde a uma versão mais recente do "*Guia dos Assistentes de Representação do Conhecimento*" usado no ano lectivo 2002/2003. Por esta razão, reflete a matéria que foi dada nesse ano, que poderá ser alterada em anos subsequentes.

Fui fazendo e compilando estas soluções ao longo dos anos em que dei aulas da disciplina de Representação de Conhecimento da LEIC (desde 1992/1993). Publico-as aqui em resposta aos pedidos insistentes que foram feitos pelos alunos ao longo dos anos, na esperança de que sejam úteis para quem as usar.

Apesar de assumir inteiramente a responsabilidade por quaisquer erros ou omissões que este documento possa conter, gostaria de agradecer a colaboração dos outros docentes com quem ao longo dos anos eu leccionei esta disciplina, nomeadamente: Maria dos Remédios Cravo, João Pavão Martins, Helena Sofia Pinto e Daniel Viegas Gonçalves.

As etiquetas junto de cada enunciado refletem a autoria do *enunciado* do exercício: alguns deles foram criados especificamente para as aulas práticas ou para as provas de avaliação da disciplina e outros foram tirados de livros ou artigos acerca da matéria em questão. As etiquetas estão de acordo com a seguinte tabela:

Autor	Etiqueta	Número de Exercícios
Ana Cardoso Cachopo	(AC)	66
Ana Cardoso Cachopo + Helena Sofia Pinto	(AC+SP)	28
Ana Cardoso Cachopo + Helena Sofia Pinto + ?	(AC+SP+?)	3
João Pavão Martins	(JPM)	29
Helena Sofia Pinto	(SP)	4
Não identificado	(?)	12
Total		142

Os exercícios marcados com '(?)' ou foram tirados da bibliografia existente ou foram produzidos pela Prof. Maria dos Remédios Cravo ou pelo Eng. Daniel Viegas Gonçalves.

Algumas das figuras dos capítulos dos Sistemas de Revisão de Crenças e do SNePS foram passadas para computador pela Elsa Luis Teixeira, com base nos meus rascunhos.

Existem algumas figuras que me foram enviadas por assistentes da cadeira, como a Joana Paulo e a Carla Penedo e que estão adequadamente identificadas nas soluções.

O ambiente que permite ter apenas um ficheiro de LaTeX com os exercícios e respectivas soluções e processá-lo incluindo ou não as soluções foi criado pelo João Cachopo, que também me ajudou com as figuras da Lógica Modal e da Lógica da Omissão de Reiter.

1 Introdução

Resumo:

- Importância da RC para a IA
- Hipótese dos símbolos físicos
- Hipótese da representação do conhecimento
- Controvérsia do declarativo face ao procedimental
- Níveis em que se pode abordar um formalismo de representação de conhecimento: nível simbólico e nível do conhecimento

Exercícios

Exercício 1.1 (JPM)
Qual a importância da representação do conhecimento para a inteligência artificial?

Resposta:

A IA é o ramo da informática que se preocupa com o desenvolvimento de programas que apresentem comportamento inteligente.

Actualmente, o conhecimento aparece frequentemente ligado ao comportamento inteligente. Para além disso, tem-se tornado um ponto de consenso que, em determinados casos (por exemplo, no diagnóstico médico), é mais importante um sistema dispor de grandes quantidades de conhecimento para apresentar comportamento inteligente do que de mecanismos de inferência muito eficientes.

A RC é a área que estuda formas de representar o conhecimento e de o utilizar, daí a sua importância para a IA.

Exercício 1.2 (JPM)
Uma das hipóteses subjacentes à representação do conhecimento é a chamada *hipótese dos símbolos físicos*. Explique em que consiste esta hipótese e qual a sua importância para a representação do conhecimento.

Resposta:

A *hipótese dos símbolos físicos* afirma que um sistema de símbolos físicos é condição necessária e suficiente para a produção de comportamento inteligente. Por condição necessária entenda-se que qualquer sistema que apresente comportamento reflectindo inteligência será considerado como um sistema de símbolos físicos. Por condição suficiente entenda-se que qualquer sistema de símbolos físicos de tamanho adequado pode ser organizado de modo a reflectir comportamento inteligente. E por comportamento inteligente entenda-se o tipo de comportamento que encontramos nos humanos.
A importância desta hipótese para a RC reside no facto de nos garantir que é possível escrevermos um programa de computador que apresente comportamento inteligente.

Exercício 1.3 (JPM)
Uma das hipóteses subjacentes à representação do conhecimento é a chamada *hipótese da representação do conhecimento*. Explique em que consiste esta hipótese e qual a sua importância para a representação do conhecimento.

Resposta:

A *hipótese da representação do conhecimento* diz que:

1. Qualquer processo mecânico que revele um comportamento inteligente é composto por estruturas que são atribuidas, por um agente externo, a uma representação proposicional do conhecimento usado por esse processo.

2. Independentemente do significado que os observadores externos atribuam a estas estruturas, elas tomam um papel formal mas causal e essencial na criação do comportamento que manifesta esse conhecimento.

Esta hipótese é importante para a RC porque atribui o comportamento inteligente do sistema ao conhecimento que ele tem representado, e que é precisamente o objecto de estudo da RC.

Exercício 1.4 (JPM)
Duas das hipóteses subjacentes à representação do conhecimento são a *hipótese dos símbolos físicos* e a *hipótese da representação do conhecimento*. Enuncie cada uma delas e diga qual a diferença entre elas.

Resposta:

Foram enunciadas nas respostas anteriores.

A *hipótese da representação do conhecimento* complementa a *hipótese dos símbolos físicos*: ao passo que a *hipótese dos símbolos físicos* afirma que um sistema de símbolos físicos é capaz de revelar comportamento inteligente, a *hipótese da representação do conhecimento* atribui esse comportamento às estruturas que representam o conhecimento do sistema.

Exercício 1.5 (JPM)
A controvérsia do declarativo face ao procedimental reflecte um desacordo entre os investigadores em IA.

1. Explique a origem desta controvérsia.
2. Explique como é que ela foi resolvida.

Resposta:

1. Existem dois métodos distintos para representar conhecimento: através de declarações e através de procedimentos. A controvérsia do declarativo face ao procedimental corresponde a uma distinção filosófica entre "saber o quê" e "saber como" e surgiu com o debate de qual seria a melhor forma para representar o conhecimento.
2. Esta controvérsia não foi resolvida, foi "dissolvida". Chegou-se à conclusão que ambas as formas de representar conhecimento eram importantes. A maior parte das abordagens utilizadas em IA são declarativas, podendo em alguns casos usar uma ligação procedimental, quando esta forma de representar conhecimento se torna mais vantajosa.

Exercício 1.6 (JPM)
Diga quais são as vantagens de uma representação declarativa.

Resposta:

As vantagens de uma representação declarativa são:

- Flexibilidade e economia da representação: o mesmo conhecimento pode ser utilizado de mais do que uma maneira e não precisa de ser repetido.
- Compreensão e aprendizagem da representação: geralmente é mais fácil de compreender uma representação declarativa do que uma representação procedimental.
- Facilidade de alterar a representação: é mais fácil alterar um conjunto de declarações do que um procedimento.

- Facilidade de comunicação: a linguagem natural é fundamentalmente declarativa, o que facilita a compreensão e transmissão de conhecimento representado declarativamente.

Exercício 1.7 (JPM)
Forneça argumentos a favor da representação procedimental. Explique a razão porque também é necessário utilizar uma representação declarativa.

Resposta:

A vantagem mais importante da representação procedimental é que algumas das coisas que sabemos podem ser vistas como procedimentos e é difícil representá-las declarativamente. Por exemplo, fazer contas.

Alguns aspectos do meta-conhecimento podem ser expressos mais facilmente através de procedimentos. Por exemplo, "a relação de proximidade é transitiva desde que não seja utilizada muitas vezes na mesma dedução".

A utilização de procedimentos especializados dá normalmente origem a programas mais eficientes do que aqueles que utilizam procedimentos de ordem geral.

No entanto, a representação declarativa também tem as suas vantagens, nomeadamente no que diz respeito à sua flexibilidade, à sua economia de representação e à facilidade de modificação e reutilização. Para além disso, e uma vez que a linguagem natural, utilizada pelos humanos é fundamentalmente declarativa, uma representação declarativa é em geral mais fácil de compreender e comunicar.

Exercício 1.8 (JPM)
A Representação do Conhecimento pode ser abordada a dois níveis diferentes: o nível do conhecimento e o nível dos símbolos.

1. Em que consiste a abordagem ao nível do conhecimento? Quais as operações que são definidas?
2. Em que consiste a abordagem ao nível dos símbolos?

Resposta:

1. O nível do conhecimento considera a base de conhecimento como um tipo abstracto de informação, que pode ser acedido e manipulado através de um pequeno conjunto de operações. As capacidades da base de conhecimento são medidas em termos das operações sobre ela definidas.

   Uma noção importante a este nível é a noção de competência: se um agente imagina um mundo em que α é verdadeiro e α implica β (independentemente de o agente saber isso ou não), então o agente imagina o mundo de modo que β também é verdadeiro.

   As operações mais importantes a este nível são:

   - $tell : conhecimento \times afirmacao \Rightarrow conhecimento$, que permite adicionar novo conhecimento à base de conhecimento
   - $ask : conhecimento \times perqunta \Rightarrow resposta$, que permite questionar a base de conhecimento

   Para além destas são também necessárias operações para criar uma nova base de conhecimento, simular o esquecimento, rever inconsistências, etc.

2. O nível dos símbolos considera a tarefa de representar conhecimento sob a perspectiva de um determinado formalismo de Representação de Conhecimento. A este nível estamos interessados em definir estruturas de símbolos que permitam a representação de conhecimento e em definir procedimentos que façam inferência com base nessas estruturas.

2 Lógica clássica — Representação

Resumo:

Na **Representação de Conhecimento** a “passagem” do mundo real para a base de conhecimento é feita por seres humanos. Apenas a inferência é que é feita pelos computadores.

$$\text{Mundo} \xrightarrow{\textit{abstração}} \text{Modelo} \xrightarrow{\textit{representação}} \text{Base de Conhecimento} \circlearrowright_{\textit{inferência computacional}}$$

Um argumento é representado por um par (Δ, α), em que Δ é um conjunto de proposições (premissas) e α é uma proposição (conclusão).

Uma proposição pode ser *verdadeira* ou *falsa*.

Um argumento é *válido* quando é impossível ter todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, ou seja, quando todos os modelos das premissas também são modelos da conclusão. É *inválido* caso contrário.

Quando $(\Delta \vdash \alpha)$, o argumento (Δ, α) é *derivável* (em inglês “provable”).

Quando $(\Delta \models \alpha)$, o argumento (Δ, α) é *válido*.

Usam-se predicados para representar as proposições, que podem ser *verdadeiras* ou *falsas*.

Usam-se funções para representar objectos.

Existem três tipos de proposições:

- válidas — as que são sempre verdadeiras, independentemente da interpretação usada.
- satisfazíveis — as que podem ser ou não ser verdadeiras, dependendo da interpretação escolhida.
- não satisfazíveis — as que nunca podem ser verdadeiras, independentemente da interpretação escolhida.

Do ponto de vista da RC, as que interessam são as satisfazíveis, pois são as que permitem separar os mundos que as satisfazem dos que não as satisfazem, e assim ajudar a definir o mundo que nos interessa. As válidas são usadas como passos intermédios nas provas, servem para fazer deduções. As não satisfazíveis não interessam nunca, pois nunca podem ser verdadeiras em nenhum mundo.

Uma *conceptualização* é um triplo (D, F, R), em que D é um conjunto de entidades, F é um conjunto de funções e R é um conjunto de relações.

Vantagens da utilização da lógica como formalismo de Representação do Conhecimento:

+ Elevado poder expressivo

+ Solidez
+ Completude
+ Semântica bem definida
+ Existe uma forma (mecânica e) sistemática para associar os objectos existentes na linguagem aos objectos da conceptualização (a interpretação) e de atribuir verdade ou falsidade a fórmulas (noção de satisfação de uma fórmula por uma interpretação)

Desvantagens da utilização da lógica como formalismo de Representação do Conhecimento:

– Não permite quantificar nem falar sobre predicados. A Lógica de segunda ordem já permite, mas não é completa

– É difícil representar que entre três objectos, exactamente dois têm uma dada propriedade. Mas podemos usar abreviaturas, por exemplo, o ${}_n\!\bigvee\!\!\!\!\bigwedge_i^j\{A_1, \ldots, A_n\}$ do SNePS

– Falta de estruturação do conhecimento

– Monotonicidade (não permite valores típicos)

– Semi-decidibilidade: se uma fórmula é consequência dum conjunto de fórmulas, então é possível prová-lo. Mas se não for consequência, não há garantia que o algoritmo pare

– Modela apenas o raciocínio dedutivo: apenas torna explícito o que já estava implícito na base de Conhecimento

Outros tipos desejáveis de raciocínio:

- Raciocínio procedimental (Por exemplo, algoritmo da soma)
- Raciocínio por analogia (Por exemplo, tirar conclusões a partir de uma situação parecida)
- Raciocínio abdutivo (Por exemplo, de $A \rightarrow B$ e B inferir A: Se chove, as ruas ficam molhadas. Se vir que as ruas estão molhadas, deduzo que choveu. Mas elas podem estar molhadas por terem sido lavadas)
- Raciocínio indutivo (Por exemplo, a partir de conjuntos de exemplos "inferir" uma regra geral)

De acordo com o livro, a notação usada para a representação de conhecimento usando lógica é:

Funções letra minúscula

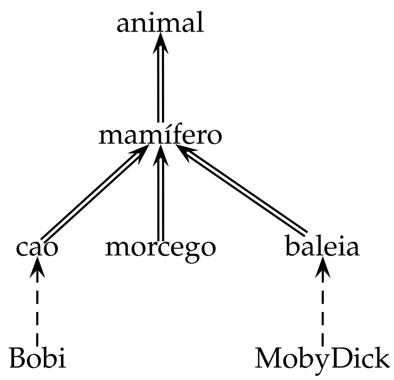
Predicados letra maiúscula

Variáveis letra minúscula

Constantes as constantes são funções de zero argumentos, por isso deveriam ser escritas com letra minúscula. No entanto, como eu acho estranho escrever, por exemplo, Bobi com letra minúscula e uma vez que não existe perigo de confundir estas constantes com predicados de zero argumentos, vou usar letras maiúsculas para as constantes, apesar de isso não estar de acordo com as folhas da cadeira.

Exercícios

Exercício 2.1 (AC+SP)
Represente em lógica de primeira ordem a hierarquia:



Em que:

$a \Longrightarrow b$ significa que todos os *a*s são *b*s

$A \dashrightarrow b$ significa que este A é um *b*

Resposta:

$$\forall(x)[Mamifero(x) \rightarrow Animal(x)]$$
$$\forall(x)[Cao(x) \rightarrow Mamifero(x)]$$
$$\forall(x)[Morcego(x) \rightarrow Mamifero(x)]$$
$$\forall(x)[Baleia(x) \rightarrow Mamifero(x)]$$
$$Cao(Bobi)$$
$$Baleia(MobyDick)$$

Exercício 2.2 (AC+SP)
Represente o atributo forma de deslocação para a hierarquia anterior.

Resposta:

$$\forall(x)[Mamifero(x) \rightarrow Fdd(x, Andar)]$$

Problema: As baleias nadam e os morcegos voam e ambos são mamíferos.

Solução: Representar a forma de deslocação para cada uma das subclasses de mamíferos, por causa das excepções:

$$\forall(x)[Cao(x) \rightarrow Fdd(x, Andar)]$$
$$\forall(x)[Morcego(x) \rightarrow Fdd(x, Voar)]$$
$$\forall(x)[Baleia(x) \rightarrow Fdd(x, Nadar)]$$

Mas assim dá muito mais trabalho!!! E ainda pode haver excepções, por exemplo, cães com pernas partidas. A dificuldade está em saber qual o nível exacto para parar. A mim, parece-me que este é o nível adequado, pois a relação entre o número de excepções e o número de regras que seria necessário enunciar parece a mais adequada.

É também necessário usar o bom-senso de cada um para decidir se se deve ou não representar uma regra que signifique que cada animal tem apenas uma forma de deslocação. Para isso, é necessário ver se existem mais animais com apenas uma forma de deslocação (como os peixes ou os répteis) ou mais animais com mais do que uma forma de deslocação (como os mamíferos ou as aves). Caso não se represente esta regra, não existe nada de errado em deduzir que a *MobyDick* nada e voa!!! No entanto, com esta regra, não conseguiremos dizer que o Homem tanto se pode deslocar a andar como a nadar... Caso se queira representar esta regra, ela pode ficar:

$\forall(x, y, z)[(Animal(x) \wedge Fdd(x, y) \wedge Fdd(x, z)) \rightarrow y = z]$

ou

$\forall(x, y, z)[(Animal(x) \wedge Fdd(x, y) \wedge y \neq z) \rightarrow \neg Fdd(x, z)]$
As duas alternativas são equivalentes, como se pode verificar passando cada uma delas para uma disjunção:

$\forall(x, y, z)[(Animal(x) \wedge Fdd(x, y) \wedge y \neq z) \rightarrow \neg Fdd(x, z)] \leftrightarrow$
$\forall(x, y, z)[\neg Animal(x) \vee \neg Fdd(x, y) \vee y = z \vee \neg Fdd(x, z)]$

$\forall(x, y, z)[(Animal(x) \wedge Fdd(x, y) \wedge Fdd(x, z)) \rightarrow y = z] \leftrightarrow$
$\forall(x, y, z)[\neg Animal(x) \vee \neg Fdd(x, y) \vee \neg Fdd(x, z) \vee y = z]$

No entanto, em termos de representação e manutenção de uma base de conhecimento, a primeira tem a vantagem de não obrigar à derivação de $\neg Fdd(x, z)$ para todas as constantes da base de conhecimento, nomeadamente $\neg Fdd(x, Bobi), \neg Fdd(x, MobyDick), \ldots$

Convém notar que, caso se decida representar que cada animal tem apenas uma forma de deslocação, então este atributo deveria ser representado como uma função e não como um predicado.

Exercício 2.3 (AC+SP+?)
Represente em LPO as afirmações:

1. O BolaDeNeve ou é um gato ou é um cão (mas não os dois simultaneamente).
2. Qualquer pessoa que seja persistente pode aprender lógica.
3. Nenhum político é honesto.
4. Nem todos os pássaros voam.
5. Se alguém consegue fazer Isso, então o Zé também consegue.
   (Considerar que Isso é uma constante da linguagem.)
6. Tudo o que alguém consegue fazer o Zé também consegue.
7. O Rui odeia todos os que não se odeiam a si próprios.
8. O Pai da Maria é casado com a Mãe da Maria.

Resposta:

1. $(Cao(BDN) \lor Gato(BDN)) \land \neg(Cao(BDN) \land Gato(BDN))$
   Outras soluções possíveis são:
   $(Cao(BDN) \land \neg Gato(BDN)) \lor (\neg Cao(BDN) \land Gato(BDN))$
   $(Cao(BDN) \to \neg Gato(BDN)) \land (Gato(BDN) \to \neg Cao(BDN)) \land (Cao(BDN) \lor Gato(BDN))$
   Neste segundo caso, a disjunção é essencial, pois caso não fosse representada o BolaDeNeve poderia não ser nem cão nem gato, isto é, $\neg Cao(BDN) \land \neg Gato(BDN)$ poderia ser acrescentado livremente à base de conhecimento. Assim, sem a disjunção, a fórmula anterior não representa correctamente a informação pedida. Isto porque a segunda implicação é a contra-positiva da primeira, e por isso não acrescenta nada à anterior, o que significa que deveria até ser eliminada. Uma representação correcta usando o mesmo raciocínio seria:
   $(Cao(BDN) \to \neg Gato(BDN)) \land (\neg Cao(BDN) \to Gato(BDN))$
   Se quisermos, podemos também representar esta informação usando uma equivalência:
   $Cao(BDN) \leftrightarrow \neg Gato(BDN)$
2. $\forall(x)[(Pessoa(x) \land Persistente(x)) \to PodeAprender(x, Logica)]$
3. $\forall(x)[Politico(x) \to \neg Honesto(x)]$
   ou
   $\neg(\exists(x)[Politico(x) \land Honesto(x)])$
   Estas duas representações são equivalentes:
   $\neg(\exists(x)[Politico(x) \land Honesto(x)]) \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[\neg(Politico(x) \land Honesto(x))] \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[\neg Politico(x) \lor \neg Honesto(x)] \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[Politico(x) \to \neg Honesto(x)]$
4. $\exists(x)[Passaro(x) \land \neg Voa(x)] \land \exists(x)[Passaro(x) \land Voa(x)]$ (A segunda parte pode ser opcional).
   Se quisermos, podemos fazer a demonstração:
   $\neg(\forall(x)[Passaro(x) \to Voa(x)]) \Leftrightarrow$
   $\exists(x)[\neg(Passaro(x) \to Voa(x))] \Leftrightarrow$
   $\exists(x)[\neg(\neg Passaro(x) \lor Voa(x))] \Leftrightarrow$
   $\exists(x)[Passaro(x) \land \neg Voa(x)]$
5. $(\exists(x)[Pessoa(x) \land ConsegueFazer(x, Isso)]) \to ConsegueFazer(Ze, Isso)$
   Atenção ao âmbito do $\exists$!!! Não pode ser até ao fim da fórmula. Se fosse até ao fim, teríamos:
   $(\exists(x)[(Pessoa(x) \land ConsegueFazer(x, Isso)) \to ConsegueFazer(Ze, Isso)])$
   Neste caso, desde que exista uma pessoa (por exemplo o Manuel) que não consegue fazer Isso, esta fórmula é verdade, mesmo que as proposições $ConsegueFazer(Rui, Isso)$ e $\neg ConsegueFazer(Ze, Isso)$ sejam verdade. Isto não está de acordo com a frase do enunciado.
   Poderemos ter outra solução correcta, transformando a implicação numa disjunção, alargando o âmbito do quantificador universal e voltando a transformar a disjunção numa implicação. Ficamos com:
   $\forall(x)[\neg Pessoa(x) \lor \neg ConsegueFazer(x, Isso)] \lor ConsegueFazer(Ze, Isso) \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[\neg Pessoa(x) \lor \neg ConsegueFazer(x, Isso) \lor ConsegueFazer(Ze, Isso)] \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[(Pessoa(x) \land ConsegueFazer(x, Isso)) \to ConsegueFazer(Ze, Isso)]$
6. $\forall(y)[\exists(x)[Pessoa(x) \land ConsegueFazer(x, y)] \to ConsegueFazer(Ze, y)] \Leftrightarrow$
   $\forall(y)[\forall(x)[\neg Pessoa(x) \lor \neg ConsegueFazer(x, y)] \lor ConsegueFazer(Ze, y)] \Leftrightarrow$
   $\forall(x, y)[\neg Pessoa(x) \lor \neg ConsegueFazer(x, y) \lor ConsegueFazer(Ze, y)] \Leftrightarrow$
   $\forall(x, y)[(Pessoa(x) \land ConsegueFazer(x, y)) \to ConsegueFazer(Ze, y)]$
7. $\forall(x)[\neg Odeia(x, x) \to Odeia(Rui, x)]$
   Pergunta: O Rui odeia-se a si próprio? Supor:

- $\neg Odeia(Rui, Rui)$ Pela regra anterior, $Odeia(Rui, Rui)$, o que é inconsistente.
- $Odeia(Rui, Rui)$ A regra anterior não interfere.

Logo, o Rui odeia-se a si próprio.

8. $Casados(pai(Maria), mae(Maria))$ Neste caso, *pai* e *mae* são funções e os termos $pai(Maria)$ e $mae(Maria)$ representam o Pai e a Mãe da Maria, respectivamente. Desta forma, garantimos que a Maria só tem um Pai e uma Mãe.

   Outra proposta de solução poderia ser:

   $\exists(x, y)[Pai(x, Maria) \wedge Mae(y, Maria) \wedge Casados(x, y)]$ No entanto, com esta representação não garantimos que a Maria só tem um Pai e uma Mãe, porque nada impede que exista mais do que um par de constantes que torne esta fórmula verdadeira.

   Se quisermos ver o que acontece com um quantificador universal:

   $\forall(x, y)[(Pai(x, Maria) \wedge Mae(y, Maria)) \rightarrow Casados(x, y)]$

   vemos que assim também não conseguimos representar correctamente a informação: desta forma, a Maria pode não ter nenhum Pai nem nenhuma Mãe. Mudámos a conectiva principal de conjunção para implicação porque se não o tivéssemos feito estariamos a obrigar todas as constantes do domínio a serem Pai e Mãe da Maria, inclusivamente ela própria.

Exercício 2.4 (AC)
Represente em lógica de primeira ordem a seguinte informação:

1. A relação "está casado com" é simétrica.
2. Uma relação r é simétrica sse, quaisquer que sejam os objectos x e y considerados, se se verificar $r(x, y)$, então também se verifica $r(y, x)$.
3. A Rita está casada com o Rui.

Com base nesta informação consegue inferir que o Rui está casado com a Rita? Porquê?

Resposta:

1. $Simetrica(EstaCasadoCom)$
2. $\forall(r)[Simetrica(r) \leftrightarrow \forall(x, y)[EVerdade(r, x, y) \rightarrow EVerdade(r, y, x)]]$
3. $EVerdade(EstaCasadoCom, Rita, Rui)$

Sim, porque sabemos que a Rita está casada com o Rui e que a relação "está casado com" é simétrica.

Exercício 2.5 (AC)
Escreva em Português as asserções determinadas pelas seguintes fórmulas e respectiva interpretação:

1. $\forall(x)[A_2^1(x) \rightarrow A_1^1(x)]$
2. $\exists(x, y)[A_1^1(x) \wedge A_1^1(y) \wedge A_1^2(x, y)]$
3. $\forall(x)[A_1^1(x) \rightarrow \exists(y)[A_3^1(y) \wedge A_2^2(y, x)]]$

onde o domínio é o conjunto de todos os objectos e

$A_1^1(x)$ significa que x é um barco

$A_2^1(x)$ significa que x é um barco a motor

$A_3^1(x)$ significa que x é uma pessoa

$A_1^2(x, y)$ significa que x chocou com y

$A_2^2(x, y)$ significa que x é o piloto de y

Resposta:

1. Todos os barcos a motor são barcos.
2. Existem pelo menos dois barcos que chocaram.
3. Todos os barcos têm pelo menos uma pessoa que é o seu piloto.

Exercício 2.6 (JPM)
Represente, usando a lógica, a seguinte afirmação: uma relação é transitiva sse, para quaisquer x, y e z, se x e y verificam a relação e se y e z verificam a relação, então x e z verificam a relação.

Exercício 2.7 (?)
Represente em lógica de primeira ordem as seguintes afirmações, considerando:

$N(x)$ - x é um número

$I(x)$ - x é interessante

$< (x, y)$ - x é menor que y

$\neq (x, y)$ - x é diferente de y

Zero - Constante da linguagem

1. Zero é menor que qualquer número.
2. Quando todos os números são interessantes, o Zero é interessante.
3. Nenhum número é menor que zero.
4. Não há nenhum número tal que todos os números são menores que ele.
5. Qualquer número desinteressante para o qual todos os números que lhe são menores são interessantes, é interessante.
6. Não há nenhum número maior que todos os outros.

Resposta:

1. $\forall(x)[(N(x) \wedge \neq (x, Zero)) \rightarrow < (Zero, x)]$

2. $(\forall(x)[N(x) \rightarrow I(x)]) \rightarrow I(Zero)$
   Nota: temos que usar a implicação na parte quantificada da fórmula, porque se fosse uma conjunção era se todos os objectos do domínio fossem números e fossem interessantes.
   ou
   $(\neg\exists(x)[N(x) \wedge \neg I(x)]) \rightarrow I(Zero)$
   Por vezes, para comparar com as respostas dos alunos, convém simplificar estas fórmulas, como na passagem para a forma clausal. Vamos simplificar a primeira e a simplificação da segunda vai ser igual.
   $(\forall(x)[N(x) \rightarrow I(x)]) \rightarrow I(Zero)] \Leftrightarrow$
   $\neg\forall(x)[\neg N(x) \vee I(x)] \vee I(Zero) \Leftrightarrow$
   $\exists(x)[N(x) \wedge \neg I(x)] \vee I(Zero) \Leftrightarrow$
   $(N(Sk_1) \wedge \neg I(Sk_1)) \vee I(Zero) \Leftrightarrow$
   $(N(Sk_1) \vee I(Zero)) \wedge (\neg I(Sk_1) \vee I(Zero))$

3. $\neg(\exists(x)[N(x) \wedge < (x, Zero)])$
   ou
   $\forall(x)[N(x) \rightarrow \neg < (x, Zero)]$

4. $\neg(\exists(x)[N(x) \wedge (\forall(y)[N(y) \rightarrow < (y, x)])])$
   ou
   $\forall(x)[N(x) \rightarrow (\exists(y)[N(y) \wedge \neg < (y, x)])]$
   Neste ponto (e no último) costumam aparecer respostas estranhas. A melhor maneira de ver se estão correctas é simplificá-las todas e ver se os resultados são iguais:
   $\neg(\exists(x)[N(x) \wedge (\forall(y)[N(y) \rightarrow < (y, x)])]) \Leftrightarrow$
   $\neg(\exists(x)[N(x) \wedge (\forall(y)[\neg N(y) \vee < (y, x)])]) \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[\neg N(x) \vee (\exists(y)[N(y) \wedge \neg < (y, x)])] \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[\neg N(x) \vee (N(f(x)) \wedge \neg < (f(x), x))] \Leftrightarrow$
   $(\neg N(x) \vee N(f(x))) \wedge (\neg N(x) \vee \neg < (f(x), x))$
   A simplificação da segunda fórmula vai ter o mesmo resultado:
   $\forall(x)[N(x) \rightarrow (\exists(y)[N(y) \wedge \neg < (y, x)])] \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[\neg N(x) \vee (\exists(y)[N(y) \wedge \neg < (y, x)])] \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[\neg N(x) \vee (N(f(x)) \wedge \neg < (f(x), x))] \Leftrightarrow$
   $(\neg N(x) \vee N(f(x))) \wedge (\neg N(x) \vee \neg < (f(x), x))$
   Uma outra fórmula que é equivalente é:
   $\neg\exists(x)[\forall(y)[N(x) \wedge (N(y) \rightarrow < (y, x))]] \Leftrightarrow$
   $\neg\exists(x)[\forall(y)[N(x) \wedge (\neg N(y) \vee < (y, x))]] \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[\neg\forall(y)[N(x) \wedge (\neg N(y) \vee < (y, x))]] \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[\exists(y)[\neg N(x) \vee (N(y) \wedge \neg < (y, x))]] \Leftrightarrow$
   $\forall(x)[\neg N(x) \vee (N(f(x)) \wedge \neg < (f(x), x))] \Leftrightarrow$
   $(\neg N(x) \vee N(f(x))) \wedge (\neg N(x) \vee \neg < (f(x), x))$

5. $\forall(x)[(N(x) \wedge \neg I(x)) \rightarrow ((\forall(y)[(N(y) \wedge < (y, x)) \rightarrow I(y)]) \rightarrow I(x))]$

6. $\neg(\exists(x)[N(x) \wedge (\forall(y)[N(y) \rightarrow < (y, x)])])$
   ou
   $\forall(x)[N(x) \rightarrow (\exists(y)[N(y) \wedge \neg < (y, x)])]$
   Nota: reparar que é igual ao que está no ponto 4.

Exercício 2.8 (JPM)

Um grupo Abeliano é um conjunto A com um operador binário $+$ que satisfaz certas propriedades. Suponha que:

- o predicado $A(x)$ representa que "x é um grupo Abeliano",
- o predicado $S(x, y, z)$ representa que "$x + y = z$",
- o predicado $P(x, y)$ representa que "x pertence ao conjunto y" e

- o predicado $I(x,y)$ representa que "$x = y$".

Represente em lógica de primeira ordem as seguintes propriedades de um grupo Abeliano:

1. Para todo o x e y em A, se $x+y=z$ e $x+y=w$ então $z=w$.
2. Para todo o x, y e z em A, $(x+y)+z = x+(y+z)$.
3. Para todo o x e y em A, $x+y=y+x$.
4. Para todo o x e y em A, existe um z em A tal que $x+y=z$.

Resposta:

1. Para todo o x e y em A, se $x+y=z$ e $x+y=w$ então $z=w$.
   $\forall(a,x,y,z,w)[(A(a)\wedge P(x,a)\wedge P(y,a)\wedge S(x,y,z)\wedge S(x,y,w))\to I(z,w)]$
2. Para todo o x, y e z em A, $(x+y)+z = x+(y+z)$.
   $\forall(a,x,y,z,w,b,c,d)[(A(a)\wedge P(x,a)\wedge P(y,a)\wedge P(z,a)\wedge S(x,y,w)\wedge S(w,z,b)\wedge S(y,z,c)\wedge S(x,c,d))\to I(b,d)]$
3. Para todo o x e y em A, $x+y=y+x$.
   $\forall(a,x,y,z,w)[(A(a)\wedge P(x,a)\wedge P(y,a)\wedge S(x,y,z)\wedge S(y,x,w))\to I(z,w)]$
4. Para todo o x e y em A, existe um z em A tal que $x+y=z$.
   $\forall(a,x,y)[(A(a)\wedge P(x,a)\wedge P(y,a))\to \exists(z)[P(z,a)\wedge S(x,y,z)]]$

Exercício 2.9 (JPM)
Suponha que os predicados $P(x)$, $R(x)$, $E(x,y)$, $L(x,y,z)$ e $I(x,y)$ representam, respectivamente, "x é um ponto", "x é uma recta", "o ponto x pertence à recta y", "a recta x passa pelos pontos y e z" e "x é igual a y". Represente em lógica de primeira ordem as seguintes proposições:

1. Para qualquer recta existe pelo menos um ponto que não pertence à recta.
2. Dados dois pontos, eles pertencem exactamente a uma recta.
3. Existem pelo menos duas rectas que passam pelo mesmo ponto.
4. Para dois pontos quaisquer existe uma e apenas um recta que passa por esses dois pontos.
5. Defina o predicado $S(x,y)$ que corresponde ao paralelismo de duas rectas. Duas rectas são paralelas se e só se elas não têm nenhum ponto em comum.

Resposta:

1. Para qualquer recta existe pelo menos um ponto que não pertence à recta.
   $\forall(r)[R(r)\to\exists(p)[P(p)\wedge\neg E(p,r)]]$
2. Dados dois pontos, eles pertencem exactamente a uma recta.
   $\forall(p1,p2)[(P(p1)\wedge P(p2))\to\exists'(r)[R(r)\wedge L(r,p1,p2)]]$
   Se não quisermos usar o quantificador existencial único, temos:
   $\forall(p1,p2)[(P(p1)\wedge P(p2))\to\exists(r)[R(r)\wedge L(r,p1,p2)\wedge\forall(s)[(R(s)\wedge L(s,p1,p2))\to I(r,s)]]]$

3. Existem pelo menos duas rectas que passam pelo mesmo ponto.
   $\forall(p)[P(p) \rightarrow \exists(r1, r2)[R(r1) \wedge R(r2) \wedge \neg I(r1, r2) \wedge E(p, r1) \wedge E(p, r2)]]$

4. Para dois pontos quaisquer existe uma e apenas um recta que passa por esses dois pontos.
   Igual ao segundo.

5. Defina o predicado $S(x, y)$ que corresponde ao paralelismo de duas rectas. Duas rectas são paralelas se e só se elas não têm nenhum ponto em comum.
   $\forall(r1, r2)[(R(r1) \wedge R(r2) \wedge \neg\exists(p)[P(p) \wedge E(p, r1) \wedge E(p, r2)]) \leftrightarrow S(r1, r2)]$

Exercício 2.10 (?)
Escreva as seguintes frases em lógica de primeira ordem:

1. Todos os sólidos são solúveis em algum líquido.
2. Existe um líquido em que todos os sólidos são solúveis.
3. Se os cavalos são animais, então todas as cabeças de cavalos são cabeças de animais.
4. Todo o agricultor que tem um burro bate-lhe.
5. Ninguém gosta de toda a gente.
6. Alguém engana todas as pessoas algumas vezes.
7. Ninguém consegue enganar todas as pessoas sempre.
8. O Zé enganou o seu pai.

Resposta:

1. $\forall(x)[Solido(x) \rightarrow \exists(y)[Liquido(y) \wedge SoluvelEm(x, y)]]$
2. $\exists(x)[Liquido(x) \wedge \forall(y)[Solido(y) \rightarrow SoluvelEm(y, x)]]$
3. $(\forall(x)[Cavalo(x) \rightarrow Animal(x)]) \rightarrow \forall(y)[CabecaCavalo(y) \rightarrow CabecaAnimal(y)]$
4. $\forall(a)[(Agricultor(a) \wedge \exists(y)[Burro(y) \wedge Tem(a, y)]) \rightarrow Bate(a, y)]$
   O problema é que o ultimo y está fora do âmbito do quantificador existencial. Para passar para dentro, a conectiva principal do quantificador universal deixava de ser uma implicação e então todos os objectos do domínio seriam agricultores que tinham burros e lhes batiam. Outra alternativa é:
   $\forall(a, y)[(Agricultor(a) \wedge Burro(y) \wedge Tem(a, y)) \rightarrow Bate(a, y)]$
   Isto significa que os agricultores batem em todos os seus burros. Parece que o significado em Português é parecido com o de cima, apesar de em cima poder ter vários burros e bater só num e aqui ser obrigado a bater em todos.
5. $\neg\exists(x)[Pessoa(x) \wedge \forall(y)[Pessoa(y) \rightarrow Gosta(x, y)]]$
6. $\exists(x)[Pessoa(x) \wedge \forall(y)[Pessoa(y) \rightarrow \exists(z)[Vez(z) \wedge Engana(x, y, z)]]]$
7. $(\neg\exists(x)[Pessoa(x) \wedge \forall(y)\forall(z)[(Pessoa(y) \wedge Vez(z)) \rightarrow Engana(x, y, z)]])$
8. $\exists(z)[Vez(z) \wedge Engana(Ze, pai(Ze), z)]$

Exercício 2.11 (AC+SP)
Represente em lógica de primeira ordem as seguintes declarações relativas a informação hierárquica sobre classes de animais e das propriedades associadas a essas classes.

1. Os mamíferos são animais.
2. Os gatos são mamíferos.
3. O Pompom é um gato.
4. Os animais têm um modo de deslocação, um modo de respiração e um tipo de alimentação.
5. O modo de respiração dos mamíferos é pulmões.
6. O tipo de alimentação dos gatos é carnívoro.

Resposta:

1. $\forall(x)[Mamifero(x) \rightarrow Animal(x)]$
2. $\forall(x)[Gato(x) \rightarrow Mamifero(x)]$
3. $Gato(Pompom)$
4. $\forall(x)[Animal(x) \rightarrow \exists(y,z,w)[Fdd(x,y) \wedge Fdr(x,z) \wedge Fda(x,w)]]$
5. $\forall(x)[Mamifero(x) \rightarrow Fdr(x, Pulmoes)]$
6. $\forall(x)[Gato(x) \rightarrow Fda(x, Carnivoro)]$

Exercício 2.12 (AC)
Represente as seguintes frases em lógica de primeira ordem:

1. O Zé é mais baixo que a Maria.
2. A Maria é mais alta que o Zé.
3. Não há ninguém que seja mais alto que o Rui.
4. Tanto a Maria como o Manel são mais altos que o Zé.
5. Para qualquer x e qualquer y, se x é mais alto que y, então y é mais baixo que x.
6. "Mais baixo que" é transitiva.

Resposta:

1. $MaisBaixo(Ze, Maria)$
2. $MaisAlto(Maria, Ze)$
3. $\forall(x)[Pessoa(x) \rightarrow \neg MaisAlto(x, Rui)]$
   ou
   $\neg\exists(x)[Pessoa(x) \wedge MaisAlto(x, Rui)]$
4. $MaisAlto(Maria, Ze) \wedge MaisAlto(Manel, Ze)$
5. $\forall(x,y)[MaisAlto(x,y) \rightarrow MaisBaixo(y,x)]$

6. $Transitiva(MaisBaixo)$

   Só que esta solução tem o problema de estar a falar acerca de um predicado, o que não se pode fazer numa lógica de primeira ordem.

   Uma vez que apenas estamos interessados na transitividade de uma determinada relação, podemos não representar o que significa uma qualquer relação ser transitiva, mas apenas as implicações que esse facto tem nas inferências que podemos fazer:

   $\forall(x,y,z)[(MaisBaixo(x,y) \wedge MaisBaixo(y,z)) \rightarrow MaisBaixo(x,z)]$

   Se quisermos uma solução mais geral, em que podemos falar acerca das propriedades da relação "mais baixo que", temos que a *coisificar* ou *reificar*, isto é, transformá-la num termo. Para isso, deixamos de ter o predicado $MaisBaixo$, que passa a ser uma constante, e passamos a ter um predicado $EVerdade$, neste caso de três argumentos, em que $EVerdade(MaisBaixo, Ze, Maria)$ significa que "é verdade que o Zé é mais baixo que a Maria". Desta forma, podemos representar a resposta a esta alínea como foi proposto no início. As outras alíneas deveriam ser alteradas para usar o predicado $EVerdade$ e a constante $MaisBaixo$, substituindo $MaisBaixo(x,y)$ por $EVerdade(MaisBaixo,x,y)$.

   Para representar o que significa uma relação ser transitiva, precisamos da fórmula

   $\forall(r)[Transitiva(r) \leftrightarrow \forall(x,y,z)[(EVerdade(r,x,y) \wedge EVerdade(r,y,z)) \rightarrow EVerdade(r,x,z)]]$

Exercício 2.13 (?)

1. Represente a seguinte informação usando lógica de primeira ordem.

   (a) Os animais correm mais do que os animais que eles comem.

   (b) Os animais carnívoros comem outros animais.

   (c) A relação "correr mais que" é transitiva: se x corre mais que y e y corre mais que z, então x corre mais que z.

   (d) Os leões comem zebras.

   (e) As zebras correm mais que os cães.

   (f) Os cães são carnívoros.

   (g) O Bobi é um cão.

2. Com base na informação que representou em lógica pode concluir que os leões correm mais do que algum outro animal? Comente.

Resposta:

1. (a) $\forall(x,y)[(Animal(x) \wedge Animal(y)) \rightarrow (Come(x,y) \rightarrow CorreMaisQue(x,y))]$
   ou
   $\forall(x,y)[(Animal(x) \wedge Animal(y) \wedge Come(x,y)) \rightarrow CorreMaisQue(x,y)]$ [1]

   (b) $\forall(x)[(Animal(x) \wedge Carnivoro(x)) \rightarrow \exists(y)[Animal(y) \wedge Come(x,y)]]$

   (c) $\forall(x,y,z)[(CorreMaisQue(x,y) \wedge CorreMaisQue(y,z)) \rightarrow CorreMaisQue(x,z)]$

   (d) $\forall(l)[Leao(l) \rightarrow \exists(z)[Zebra(z) \wedge Come(l,z)]]$

   (e) $\forall(z,c)[(Zebra(z) \wedge Cao(c)) \rightarrow CorreMaisQue(z,c)]]$

   (f) $\forall(c)[Cao(c) \rightarrow Carnivoro(c)]$

   (g) $Cao(Bobi)$

[1] Convém reparar que $(A \wedge B) \rightarrow (C \rightarrow D) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee D \Leftrightarrow (A \wedge B \wedge C) \rightarrow D$

2. Supondo que os leões, os cães e as zebras são animais ($\forall(l)[Leao(l) \rightarrow Animal(l)]$, ...), podemos concluir que um determinado leão corre mais que uma determinada zebra, e que um determinado leão corre mais que um determinado cão. No entanto, não podemos concluir, por exemplo, que os leões em geral correm mais do que as zebras em geral. Para isso, teríamos que alterar a representação para passarmos a considerar classes de animais. Isto não está de acordo com aquilo que estaríamos à espera, se considerássemos apenas a informação em Português.

Para resolvermos este problema, podemos usar uma representação um pouco mais complicada, usando classes de animais:

1. (a) $\forall(c_1, c_2)[\exists(x, y)[Classe(x, Animal) \wedge Classe(y, Animal) \wedge Classe(x, c_1) \wedge Classe(y, c_2) \wedge Come(x, y)] \rightarrow CorreMaisQue(c_1, c_2)]$
   (b) $\forall(x)[(Classe(x, Animal) \wedge Carnivoro(x)) \rightarrow \exists(y)[Classe(y, Animal) \wedge Come(x, y)]]$
   (c) Igual ao anterior
   (d) $\exists(l, z)[Classe(l, Leao) \wedge Classe(z, Zebra) \wedge Come(l, z)]$
   Convém reparar que, enquanto a fórmula da representação anterior significa que cada leão come pelo menos uma zebra, esta significa que existe pelo menos um leão que come pelo menos uma zebra. A frase em Português permite ambas as interpretações.
   (e) $CorreMaisQue(Zebra, Cao)$
   (f) $\forall(c)[Classe(c, Cao) \rightarrow Carnivoro(c)]$
   (g) $Classe(Bobi, Cao)$

2. Agora podemos concluir que os leões correm mais que as zebras e correm mais que os cães:

   Primeiro, precisamos de representar informação que não está explícita no enunciado mas que nós conhecemos, nomeadamente que os leões, os cães e as zebras são animais:
   $\forall(l)[Classe(l, Leao) \rightarrow Classe(l, Animal)]$, ...

   Eliminando o quantificador existencial de 1d (skolemização) temos
   $Classe(sk_l, Leao) \wedge Classe(sk_z, Zebra) \wedge Come(sk_l, sk_z)$

   Com base nesta fórmula e nas que representam que os leões são animais e que as zebras são animais, podemos inferir:
   $Classe(sk_l, Leao) \wedge Classe(sk_l, Animal) \wedge Classe(sk_z, Zebra) \wedge Classe(sk_z, Animal) \wedge Come(sk_l, sk_z)$

   Voltando a introduzir o quantificador existencial com base na fórmula anterior, ficamos com:
   $\exists(l, z)[Classe(l, Leao) \wedge Classe(l, Animal) \wedge Classe(z, Zebra) \wedge Classe(z, Animal) \wedge Come(l, z)]$

   A fórmula anterior corresponde ao antecedente da implicação da fórmula 1a, o que nos permite deduzir que os leões correm mais que as zebras:
   $CorreMaisQue(Leao, Zebra)$

   Com base nesta fórmula, em 1e e na transitividade da relação "correr mais que", podemos inferir que os leões correm mais que os cães:
   $CorreMaisQue(Leao, Cao)$

   Para podermos concluir que um animal em particular (por exemplo, o leão Simba) corre mais que outro animal em particular (por exemplo, o cão Bobi), precisamos da fórmula:
   $\forall(x, y, c_1, c_2)[(Classe(x, c_1) \wedge Classe(y, c_2) \wedge CorreMaisQue(c_1, c_2)) \rightarrow CorreMaisQue(x, y)]$

Exercício 2.14 (?)
Mozart visitou Viena três vezes e morreu lá. Em qual das três visitas é que ele morreu?

Represente em lógica de primeira ordem a informação necessária para conseguir concluir em qual das visitas é que ele morreu. Repare que pode haver informação adicional que é necessário representar para que se consiga tirar a conclusão desejada. Mostre como é que consegue chegar ao resultado desejado.

Resposta:

Para resolver este problema é necessário usar uma abordagem semelhante à do cálculo situacional. Assim, a cada momento relevante para o problema, vai corresponder uma situação. É necessário representar as situações correspondentes às visitas de Mozart a Viena, a relação temporal entre as várias situações e o facto que depois de morto Mozart não pode visitar Viena.

$Visita(Mozart, Viena, S1)$

$Visita(Mozart, Viena, S2)$

$Visita(Mozart, Viena, S3)$

$Depois(S2, S1)$

$Depois(S3, S2)$

$Depois(S3, S1)$

$\exists(x)[Morre(Mozart, Viena, x)]$

$\forall(x, y)[(Morre(Mozart, Viena, x) \wedge Depois(y, x)) \rightarrow \neg Visita(Mozart, Viena, y)]$

Esta não é a representação mais correcta. Por exemplo, a transitividade da relação *Depois* deveria ser representada com a fórmula

$$\forall(x, y, z)[(Depois(x, y) \wedge Depois(y, z)) \rightarrow Depois(x, z)]$$

No entanto, e uma vez que neste exercício estamos interessados apenas em saber quando é que o Mozart morre, adoptamos uma representação mais simples.

O que pretendemos saber é qual a instanciação para a variável x que satisfaz a fórmula $\exists(x)[Morre(Mozart, Viena, x)]$.

Uma vez que não foi dado o sistema de dedução natural com quantificadores, apenas podemos fazer uma prova informal de que:

$\neg Morre(Mozart, Viena, S1)$ porque $Depois(S2, S1)$ e $\forall(x, y)[(Morre(Mozart, Viena, x) \wedge Depois(y, x)) \rightarrow \neg Visita(Mozart, Viena, y)]$; mas como $Visita(Mozart, Viena, S2)$, chegamos a uma contradição.

Idem para $\neg Morre(Mozart, Viena, S2)$.

$Morre(Mozart, Viena, S3)$ porque não temos nenhuma situação depois de $S3$ em que *Mozart* tenha visitado *Viena*, por isso a informação continua consistente.

Exercício 2.15 (AC)
Se representarmos que "o Rui gosta do seu gato" como $Gosta(Rui, gatoDe(Rui))$, estamos implicitamente a assumir que o Rui só tem um gato.

1. Porquê?

2. Como é que poderíamos representar que "o Rui gosta de todos os seus gatos"?

3. Qual seria o valor de verdade desta última fórmula se o Rui não tivesse gatos nenhuns? Porquê?

4. E o que poderíamos dizer acerca da fórmula $Gosta(Rui, gatoDe(Rui))$ se o Rui não tivesse gatos nenhuns? Porquê?

Resposta:

1. Porque o resultado de aplicar uma função a um termo tem como resultado um e um só termo, neste caso a constante que representa o gato do Rui.
2. $\forall(x)[GatoDe(x, Rui) \rightarrow Gosta(Rui, x)]$
3. Se o Rui não tiver gatos, a fórmula anterior é verdadeira. Isto porque, qualquer que seja o x considerado, não satisfaz o predicado $GatoDe(x, Rui)$, logo, o antecedente da implicação é sempre falso, por isso a implicação é sempre verdadeira. Como todas as instanciações de x satisfazem a implicação, a fórmula quantificada é sempre verdadeira.
4. Nesse caso, a função $gatoDe$ não estaria definida para a constante Rui, por isso o termo $gatoDe(Rui)$ teria valor indefinido, logo a fórmula $Gosta(Rui, gatoDe(Rui))$ teria valor indefinido.

Exercício 2.16 (AC)
Represente em lógica de primeira ordem as seguintes frases:

1. Nem todas as pessoas são altas.
2. Algumas pessoas só são espirituosas quando estão bêbedas.
3. Não há nenhum aluno da LEEC que seja mais inteligente do que todos os alunos da LEIC.
4. Todos os conjuntos que têm os mesmos elementos são iguais (sugestão: considere que existem os predicados *pertence* e *iguais*).
5. Todos os ex-alunos da LEIC têm pelo menos um emprego.

Resposta:

1. $\exists(x)[pessoa(x) \wedge \neg alta(x)]$
2. $\exists(x)[pessoa(x) \wedge (espirituoso(x) \rightarrow bebedo(x))]$
3. $\neg\exists(x)[aluno(x, LEEC) \wedge \forall(y)[aluno(y, LEIC) \rightarrow maisInteligente(x, y)]]$
4. $\forall(x, y)[(conjunto(x) \wedge conjunto(y) \wedge \forall(z)[pertence(z, x) \leftrightarrow pertence(z, y)]) \rightarrow iguais(x, y)]$
5. $\forall(x)[ex\_aluno(x, LEIC) \rightarrow \exists(y)[emprego(y) \wedge tem(x, y)]]$

Exercício 2.17 (AC)

1. Uma relação diz-se uma relação de equivalência sse for simultaneamente simétrica, transitiva e reflexiva. Represente esta frase usando lógica de primeira ordem. Represente também o que significa cada uma das propriedades das relações de equivalência.
2. Com base na informação da alínea anterior, represente as seguintes frases:
   (a) "Andar no mesmo curso que" é uma relação de equivalência.

(b) A Rita anda no mesmo curso que o Rui.

(c) O Rui anda no mesmo curso que a Isabel.

Com base nesta informação consegue deduzir que a Rita anda no mesmo curso que a Isabel? Porquê?

Resposta:

1. $\forall(r)[Equivalencia(r) \leftrightarrow (Simetrica(r) \wedge Transitiva(r) \wedge Reflexiva(r))]$
   $\forall(r)[Simetrica(r) \leftrightarrow \forall(x,y)[EVerdade(r,x,y) \rightarrow EVerdade(r,y,x)]]$
   $\forall(r)[Transitiva(r) \leftrightarrow \forall(x,y,z)[(EVerdade(r,x,y) \wedge EVerdade(r,y,z)) \rightarrow EVerdade(r,x,z)]]$
   $\forall(r)[reflexiva(r) \leftrightarrow \forall(x,y)[EVerdade(r,x,y) \rightarrow (EVerdade(r,x,x) \wedge EVerdade(r,y,y))]]$
2. (a) $Equivalencia(MesmoCurso)$

   (b) $EVerdade(MesmoCurso, Rita, Rui)$

   (c) $EVerdade(MesmoCurso, Rui, Isabel)$

   Com base nesta informação conseguimos deduzir que a Rita anda no mesmo curso que a Isabel, porque: como *MesmoCurso* é uma relação de equivalência, *MesmoCurso* é transitiva. Como a Rita anda no mesmo curso que o Rui e o Rui anda no mesmo curso que a Isabel, por transitividade, podemos inferir que a Rita anda no mesmo curso que a Isabel.

Exercício 2.18 (SP)
Escreva em Português as asserções determinadas pelas seguintes fórmulas e respectivas interpretações:

1. $\forall(x,y)[A_1^2(x,y) \rightarrow \exists(z)[A_1^1(z) \wedge A_1^2(x,z) \wedge A_1^2(z,y)]]$
   $D =$ conjunto dos números reais
   $A_1^2(x,y)$ significa $x < y$
   $A_1^1(z)$ significa que z é um número racional
2. $\exists(x)\forall(y)[A_1^2(x,y)]$
   $D =$ conjunto das pessoas
   $A_1^2(x,y)$ significa que x ama y
3. $\forall(y)\exists(x)[A_1^2(x,y)]$
   $D =$ conjunto das pessoas
   $A_1^2(x,y)$ significa que x ama y
4. $\exists(x)\forall(y)[\neg A_1^2(x,y)]$
   $D =$ conjunto das pessoas
   $A_1^2(x,y)$ significa que x ama y

Resposta:

1. Existe pelo menos um número racional entre cada par de números reais $\neq$s. (A palavra entre já implica que x<z<y)
2. Existe pelo menos uma pessoa que ama todas as outras.
3. Todas as pessoas são amadas por alguém. (Não necessariamente o mesmo alguém para todos).

4. Existe alguém que não ama nenhuma outra pessoa.

Exercício 2.19 (AC)
Escreva em Português as proposições representadas pelas seguintes fbfs:

1. $\exists(x)\forall(y)[F(x,y)]$
2. $\forall(x)[(\exists(y)[F(x,y)]) \to F(x,x)]$
3. $\exists(x)\forall(y)[\neg F(x,y)]$
4. $\exists(x)[(\forall(y)[F(y,x)]) \to \exists(z)[F(x,z)]]$

O domínio é o conjunto de todas as pessoas e

$F(x,y)$ significa que x magoa y

Resposta:

1. Existe alguém que magoa toda a gente.
2. Para toda a gente, se magoam alguém, estão a magoar-se a si mesmos.
   ou
   Qualquer pessoa que magoa outra magoa-se a si própria.
3. Existe alguém que não magoa ninguém.
4. Existe alguém que, se for magoado por todos, então magoa alguém.

Exercício 2.20 (AC)
Escreva em Português as asserções determinadas pelas seguintes fórmulas e respectivas interpretações:

1. $\forall(x)[A_1^1(x) \to (A_2^1(x) \vee A_3^1(x))]$
2. $\forall(x)[A_3^1(x) \to \exists(y)[A_4^1(y) \wedge A_1^2(x,y)]]$
3. $\exists(x)[A_3^1(x) \wedge \neg\exists(y)[A_4^1(y) \wedge A_1^2(x,y)]]$

O domínio é o conjunto de todos os objectos e:

$A_1^1(x)$ significa que x é uma aula.

$A_2^1(x)$ significa que x é uma aula teórica.

$A_3^1(x)$ significa que x é uma aula prática.

$A_4^1(x)$ significa que x é um exercício.

$A_1^2(x,y)$ significa que y é resolvido em x.

Resposta:

1. As aulas ou são teóricas ou são práticas.
2. Em cada aula prática é resolvido pelo menos um exercício.
3. Existe pelo menos uma aula prática em que não é resolvido nenhum exercício.

Exercício 2.21 (AC)
Escreva em Português as asserções determinadas pelas seguintes fórmulas e respectivas interpretações:

1. $\forall(x)[(A_1^1(x) \wedge A_2^1(x)) \to \exists(y)[A_3^1(y) \wedge A_1^2(x,y)]]$
2. $A_3^1(RC)$
3. $\exists(x)[A_3^1(x) \wedge \forall(y)[A_1^1(y) \to A_2^2(y,x)]]$
4. $\neg\exists(x)[A_1^1(x) \wedge \forall(y)[A_3^1(y) \to \neg A_2^2(x,y)]]$

O domínio é o conjunto de todos os objectos e:

$A_1^1(x)$ significa que x é um aluno.

$A_2^1(x)$ significa que x é aplicado.

$A_3^1(x)$ significa que x é uma disciplina.

$A_1^2(x,y)$ significa que x estuda y.

$A_2^2(x,y)$ significa que x acha y interessante.

Resposta:

1. Todos os alunos aplicados estudam pelo menos uma disciplina.
2. RC é uma disciplina.
3. Existe pelo menos uma disciplina que todos os alunos acham interessante.
4. Não existe nenhum aluno que não ache interessante nenhuma disciplina.

Exercício 2.22 (AC)
Escreva em Português as asserções determinadas pelas seguintes fórmulas e respectivas interpretações:

1. $\exists(x)[(A_1^1(x) \wedge A_2^1(x)) \wedge \forall(y)[A_3^1(y) \to A_1^2(x,y)]]$
2. $\neg\forall(x)[A_1^1(x) \to A_2^1(x)]$
3. $\forall(x)[(A_3^1(x) \wedge A_4^1(x)) \to \forall(y)[A_1^1(y) \to A_1^2(y,x)]]$
4. $\forall(x)[(A_1^1(x) \wedge \neg\exists(y)[A_3^1(y) \wedge A_1^2(x,y)]) \to \neg A_2^1(x)]$
5. $\forall(x)[A_3^1(x) \to A_4^1(x)]$

O domínio é o conjunto de todos os objectos e:

$A_1^1(x)$ significa que x é um aluno.

$A_2^1(x)$ significa que x é aplicado.

$A_3^1(x)$ significa que x é uma disciplina.

$A_4^1(x)$ significa que x é interessante.

$A_1^2(x, y)$ significa que x estuda y.

Resposta:

1. Existe pelo menos um aluno que é aplicado e que estuda todas as disciplinas.
2. Nem todos os alunos são aplicados.
3. Se uma disciplina for interessante, então todos os alunos a estudam.
4. Os alunos que não estudam pelo menos uma disciplina não são aplicados.
5. Todas as disciplinas são interessantes.

3 Lógica clássica — Sistemas sintáctico e semântico

Resumo:

Em RC temos o mundo, através da abstração ficamos com um modelo e através da representação ficamos com a base de conhecimento.

$$Mundo \rightarrow Modelo \rightarrow BaseDeConhecimento$$

Depois de termos a base de conhecimento, fazemos inferência com base no que lá está representado. O mais difícil é chegar à base de conhecimento (por enquanto só os humanos é que o conseguem fazer), a inferência até os computadores são capazes de fazer...

Tratámos da criação da base de conhecimento (representação) na aula anterior, vamos tratar da inferência nesta aula.

Os argumentos continuam a ser representados por um par (Δ, α). Quando uma fórmula α é derivável (usando o sistema sintáctico) a partir de um conjunto de fórmulas Δ, escrevemos $\Delta \vdash \alpha$. Quando uma fórmula α é consequência lógica (usando o sistema semântico) de um conjunto de fórmulas Δ, escrevemos $\Delta \models \alpha$.

A lógica de primeira ordem é sólida e completa. Isto é importante para nos permitir fazer provas pela via sintáctica, com base no conhecimento que temos e sabermos que isso tem uma "correspondência semântica" no mundo que estamos a representar. Enquanto que na lógica proposicional é relativamente simples encontrar algoritmos eficientes para fazer provas pela via semântica, na lógica de primeira ordem isso é mais complicado. Assim, fazemos as provas pela via sintáctica e, pela solidez e completude da lógica, sabemos que seríamos capazes de provar o mesmo pela via semântica.

As regras que se podem usar nas provas pelo sistema sintáctico são as que estão nas tabelas de resumo do livro (e na página seguinte). Também se podem usar as regras derivadas que estão no livro, embora não sejam essenciais. Se se usar uma regra derivada que não esteja no livro, é necessário provar que ela funciona.

Para simplificar as provas, permitimos que se usem algumas das regras com mais graus de liberdade:

$\rightarrow$E podemos ter a implicação antes do antecedente, desde que se troquem os índices ao indicar a aplicação da regra, isto é, primeiro aparece o antecedente e depois a implicação.

$\vee$E podemos ter a disjunção depois das provas, desde que se troquem os índices ao indicar a aplicação da regra, isto é, primeiro aparece o índice da disjunção, depois os da primeira prova e depois os da segunda.

$\wedge$E quando existe uma conjunção com mais do que dois elementos, podemos eliminar a conjunção e ficar com cada um deles individualmente sem ter que passar por conjunções com 2 elementos.

Reit podemos passar para dentro de mais do que um nível de cada vez. Em todas as outras regras temos que respeitar os níveis de prova.

Seguem-se as regras de inferência do sistema dedutivo da lógica clássica.

Lógica de primeira ordem — Sistema dedutivo

Prem

n	α	Prem

Hyp

n	$\mid\ \alpha$	Hyp
$n+1$	$\mid\ \ldots$	

Rep

n	α	
$\vdots$	$\vdots$	
m	α	Rep, n

Reit

n	α	
$\vdots$	$\mid\ \vdots$	
m	$\mid\ \alpha$	Reit, n

$\rightarrow$ I

n	$\mid\ \alpha$	Hyp
$\vdots$	$\mid\ \vdots$	
m	$\mid\ \beta$	
$m+1$	$\alpha \rightarrow \beta$	$\rightarrow$I, n, m

$\rightarrow$ E

n	α	
m	$\alpha \rightarrow \beta$	
$m+1$	β	$\rightarrow$E, n, m

$\wedge$I

n	α	
$n+1$	β	
$n+2$	$\alpha \wedge \beta$	$\wedge$I, n, $n+1$

$\wedge$E

n	$\alpha \wedge \beta$	
$n+1$	α	$\wedge$E, n

e

n	$\alpha \wedge \beta$	
$n+1$	β	$\wedge$E, n

$\vee$I

n	α	
$n+1$	$\alpha \vee \beta$	$\vee$I, n

e

n	α	
$n+1$	$\beta \vee \alpha$	$\vee$I, n

$\vee$E

n	$\alpha \vee \beta$	
o	$\mid\ \alpha$	Hyp
$\vdots$	$\mid\ \vdots$	
p	$\mid\ \gamma$	
r	$\mid\ \beta$	Hyp
$\vdots$	$\mid\ \vdots$	
s	$\mid\ \gamma$	
m	γ	$\vee$E, n, o–p, r–s

$\neg$I

n	$\mid\ \alpha$	Hyp
$\vdots$	$\mid\ \vdots$	
m	$\mid\ \beta$	
$m+1$	$\mid\ \neg\beta$	
$m+2$	$\neg\alpha$	$\neg$I, n, m, $m+1$

$\neg$E

n	$\neg\neg\alpha$	
$n+1$	α	$\neg$E, n

$\forall$I

n	$x_0\ \mid$	
$\vdots$	$\mid\ \vdots$	
m	$\mid\ \alpha(x_0)$	
$m+1$	$\forall x[\alpha(x)]$	$\forall$I, n, m

$\forall$E

n	$\forall x[\alpha(x)]$	
$n+1$	$\alpha(t)$	$\forall$E, n

$\exists$I

n	$\alpha(t)$	
$n+1$	$\exists x[\alpha(x)]$	$\exists$I, n

$\exists$E

n	$\exists x[\alpha(x)]$	
m	$x_0\ \mid\ \alpha(x_0)$	Hyp
$\vdots$	$\mid\ \vdots$	
k	$\mid\ \beta$	
$k+1$	β	$\exists$E, n, m, k

Exercícios

Exercício 3.1 (AC)
Considere o seguinte argumento:

$$\{A \lor B\} \vdash ((A \to B) \land (B \to C)) \to C$$

1. Prove-o, utilizando o sistema de dedução natural da lógica de primeira ordem.
2. Mostre que ele é válido, utilizando o sistema semântico da lógica de primeira ordem.

Resposta:

1. $\{A \lor B\} \vdash ((A \to B) \land (B \to C)) \to C$

1	$\mid A \lor B$	Hyp
2	$\mid \mid (A \to B) \land (B \to C)$	Hyp
3	$\mid \mid A \to B$	$E\land(2)$
4	$\mid \mid B \to C$	$E\land(2)$
5	$\mid \mid A \lor B$	$Reit(1)$
6	$\mid \mid \mid A$	Hyp
7	$\mid \mid \mid A \to B$	$Reit(3)$
8	$\mid \mid \mid B$	$E\to(6,7)$
9	$\mid \mid \mid B \to C$	$Reit(4)$
10	$\mid \mid \mid C$	$E\to(8,9)$
	$\mid \mid$	
11	$\mid \mid \mid B$	Hyp
12	$\mid \mid \mid B \to C$	$Reit(4)$
13	$\mid \mid \mid C$	$E\to(11,12)$
	$\mid \mid$	
14	$\mid \mid C$	$E\lor(5,(6,10),(11,13))$
15	$\mid ((A \to B) \land (B \to C)) \to C$	$E\to(2,14)$

2.

A	B	C	$A \lor B$	$A \to B$	$B \to C$	$((A \to B) \land (B \to C)) \to C$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V
V	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	V	F	-	-	-
F	F	F	F	-	-	-

O argumento é válido porque todos os modelos da premissa também são modelos da conclusão.
Nota: não vale a pena verificar as interpretações que não são modelos da premissa, embora não estivesse errado verificar.

Exercício 3.2 (AC)
Considere o seguinte teorema:

$$((A \lor B) \to C) \to (A \to C)$$

1. Demonstre-o, utilizando o sistema de dedução natural da lógica de primeira ordem.

2. Demonstre-o, utilizando o sistema semântico da lógica de primeira ordem.

Resposta:

1. $((A \vee B) \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$

1	$\mid (A \vee B) \rightarrow C$	Hyp
2	$\mid \mid A$	Hyp
3	$\mid \mid A \vee B$	$I \vee (2)$
4	$\mid \mid (A \vee B) \rightarrow C$	$Reit(1)$
5	$\mid \mid C$	$E \rightarrow (3,4)$
6	$\mid A \rightarrow C$	$I \rightarrow (2,5)$
7	$((A \vee B) \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$	$I \rightarrow (1,6)$

2.

A	B	C	$A \vee B$	$(A \vee B) \rightarrow C$	$A \rightarrow C$	$((A \vee B) \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V

A fórmula é um teorema porque tem o valor V para qualquer interpretação de A, B e C.

Exercício 3.3 (SP)
Considere o seguinte conjunto de fórmulas:

$$\{C \rightarrow D, (A \vee B) \rightarrow C\}$$

1. Diga quais são os modelos desse conjunto.

2. Acrescente a fórmula A ao conjunto. Diga quais são os seus modelos.

3. Quais das fórmulas A, B, C, D são consequências lógicas do conjunto dado na alínea anterior?

Resposta:

1.

A	B	C	D	$C \to D$	$(A \vee B) \to C$	É modelo?
V	V	V	V	V	V	S
V	V	V	F	F	V	N
V	V	F	V	V	F	N
V	V	F	F	V	F	N
V	F	V	V	V	V	S
V	F	V	F	F	V	N
V	F	F	V	V	F	N
V	F	F	F	V	F	N
F	V	V	V	V	V	S
F	V	V	F	F	V	N
F	V	F	V	V	F	N
F	V	F	F	V	F	N
F	F	V	V	V	V	S
F	F	V	F	F	V	N
F	F	F	V	V	V	S
F	F	F	F	V	V	S

Um modelo dum conjunto de fórmulas é uma interpretação que satisfaz todas as fbfs desse conjunto. Assim, os modelos deste conjunto de fórmulas correspondem às seis interpretações que atribuem a A, B, C e D os valores das colunas respectivas, nas linhas em que o valor da última coluna é "S".

2. Para este novo conjunto, só interessa a metade superior da tabela, em que A tem o valor V. Os modelos são os dois que estão assinalados na coluna à direita.

3. As consequências lógicas do conjunto são as fórmulas que têm o valor V em qualquer modelo do conjunto. Como se pode observar na tabela, as fórmulas que têm o valor V nos dois modelos do conjunto são A, C e D, sendo por isso consequências lógicas do conjunto. B tem o valor V num modelo e F noutro, por isso, nem B nem $\neg B$ são consequências lógicas do conjunto.
   Nota: se a pergunta fosse as fórmulas *deriváveis*, seria necessário fazer as provas respectivas pela via sintáctica. Para A, C e D as provas são simples, mas em relação a B não iríamos conseguir fazer nenhuma prova. Isto não é por culpa nossa, é por a lógica clássica ser semi-decidível. No entanto, uma vez que é sólida, podemos dizer que, como não conseguimos demonstrar B usando o sistema semântico, B também não é derivável usando o sistema sintáctico.

Exercício 3.4 (SP)
Mostre, utilizando a semântica, que o seguinte argumento não é válido.

$$(\{Cao(Bobi) \vee Gato(Bobi)\}, Cao(Bobi))$$

Resposta:

Um argumento não é válido se houver pelo menos um modelo das premissas que não seja modelo da conclusão.

Neste caso, esse modelo pode ser:

$I(Cao(Bobi)) = F$, isto é, o Bobi não é um cão

$I(Gato(Bobi)) = V$, isto é, o Bobi é um gato

Exercício 3.5 (AC)
Considere os seguintes teoremas e argumentos.
Prove cada um deles em lógica clássica

(a) usando o sistema dedutivo
(b) usando o sistema semântico.

1. $\{(A \rightarrow (B \wedge C))\} \vdash ((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C))$

   Resposta:

   (a)

1	$\mid A \rightarrow (B \wedge C)$	Hyp
2	$\mid \mid A$	Hyp
3	$\mid \mid A \rightarrow (B \wedge C)$	$Reit(1)$
4	$\mid \mid B \wedge C$	$E \rightarrow (2, 3)$
5	$\mid \mid B$	$E \wedge (4)$
6	$\mid A \rightarrow B$	$I \rightarrow (2, 5)$
7	$\mid \mid A$	Hyp
8	$\mid \mid A \rightarrow (B \wedge C)$	$Reit(1)$
9	$\mid \mid B \wedge C$	$E \rightarrow (7, 8)$
10	$\mid \mid C$	$E \wedge (9)$
11	$\mid A \rightarrow C$	$I \rightarrow (7, 10)$
12	$\mid (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$	$I \wedge (6, 11)$

   (b)

A	B	C	$A \rightarrow (B \wedge C)$	$A \rightarrow B$	$A \rightarrow C$	$(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	-	-	-
V	F	V	F	-	-	-
V	F	F	F	-	-	-
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V

   O argumento é válido porque todos (neste caso, cinco) os modelos da premissa também são modelos da conclusão.

2. $((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$

   Resposta:

   (a)

1	$\mid (A \rightarrow B) \wedge A$	Hyp
2	$\mid A$	$E \wedge (1)$
3	$\mid A \rightarrow B$	$E \wedge (1)$
4	$\mid B$	$E \rightarrow (2, 3)$
5	$((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$	$I \rightarrow (1, 4)$

   (b)

A	B	$A \rightarrow B$	$((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	F	V	V

   A fórmula é um teorema porque tem o valor V para qualquer interpretação de A e B.

3. $\{A \rightarrow C, B \rightarrow C, A \vee B\} \vdash C$

   Resposta:

(a)

1	$\mid A \to C$	Hyp
2	$\mid \mid B \to C$	Hyp
3	$\mid \mid \mid A \vee B$	Hyp
4	$\mid \mid \mid \mid A$	Hyp
5	$\mid \mid \mid \mid A \to C$	$Reit(1)$
6	$\mid \mid \mid \mid C$	$E \to (4,5)$
	$\mid \mid \mid \mid$	
7	$\mid \mid \mid \mid B$	Hyp
8	$\mid \mid \mid \mid B \to C$	$Reit(2)$
9	$\mid \mid \mid \mid C$	$E \to (7,8)$
10	$\mid \mid \mid C$	$E \vee (3,(4,6),(7,9))$

(b)

A	B	C	$A \to C$	$B \to C$	$A \vee B$	$A \to C, B \to C, A \vee B$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	F
V	F	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F
F	F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V	F

O argumento é válido porque todos (neste caso, dois) os modelos das premissas também são modelos da conclusão.

4. $((A \to B) \wedge (B \to C) \wedge A) \to C$

Resposta:

(a)

1	$\mid (A \to B) \wedge (B \to C) \wedge A$	Hyp
2	$\mid A$	$E \wedge (1)$
3	$\mid A \to B$	$E \wedge (1)$
4	$\mid B$	$E \to (2,3)$
5	$\mid B \to C$	$E \wedge (1)$
6	$\mid C$	$E \to (4,5)$
7	$((A \to B) \wedge (B \to C) \wedge A) \to C$	$I \to (1,6)$

(b)

A	B	C	$A \to B$	$B \to C$	$((A \to B) \wedge (B \to C) \wedge A) \to C$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V

A fórmula é um teorema porque tem o valor V para qualquer interpretação de A, B e C.

Nota: uma vez que A aparece no antecedente, sabemos que se A for F então toda a fórmula é V. Assim, podemos fazer apenas a primeira metade da tabela e justificar assim que a fórmula também seria V nos outros casos.

5. $((A \to B) \wedge (A \to C)) \to (A \to (B \wedge C))$

Resposta:

(a)

1	$\mid (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$	Hyp
2	$\mid (A \rightarrow B)$	$E \wedge (1)$
3	$\mid (A \rightarrow C)$	$E \wedge (1)$
4	$\mid \mid A$	Hyp
5	$\mid \mid (A \rightarrow B)$	$Reit(2)$
6	$\mid \mid B$	$E \rightarrow (4,5)$
7	$\mid \mid (A \rightarrow C)$	$Reit(3)$
8	$\mid \mid C$	$E \rightarrow (4,7)$
9	$\mid \mid (B \wedge C)$	$I \wedge (6,8)$
10	$\mid A \rightarrow (B \wedge C)$	$I \rightarrow (4,9)$
11	$((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge C))$	$I \rightarrow (1,10)$

(b)

A	B	C	$A \rightarrow B$	$A \rightarrow C$	$A \rightarrow (B \wedge C)$	$((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge C))$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V
V	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V

A fórmula é um teorema porque tem o valor V para qualquer interpretação de A, B e C.

Exercício 3.6 (JPM)

Um dos problemas que é apontado à lógica como método de representação de conhecimento é a semi-decidibilidade da lógica de primeira ordem. Discuta, fundamente e contraponha razões a esta afirmação.

Exercício 3.7 (JPM)

Diga o que é uma lógica sólida. Qual a importância desta propriedade?

Resposta:

Uma lógica é sólida se qualquer argumento que é derivável usando o seu sistema dedutivo é válido de acordo com a sua semântica.

Esta propriedade garante que não cometemos erros nas provas, isto é, apenas conseguimos derivar argumentos válidos.

Exercício 3.8 (JPM)

Diga o que é uma lógica completa. Qual a importância desta propriedade?

Resposta:

Uma lógica é completa se qualquer argumento válido de acordo com a sua semântica é derivável usando o seu sistema dedutivo.

Esta propriedade garante que conseguimos provar todas as proposições que são verdadeiras, isto é, todos os argumentos válidos são deriváveis.

Exercício 3.9 (JPM)
A lógica de primeira ordem tem a propriedade de ser monótona. Em que consiste esta propriedade? Será que é uma propriedade desejável num formalismo de representação do conhecimento?

Exercício 3.10 (JPM)
Explique as vantagens e inconvenientes da representação do conhecimento baseada em lógica.

Exercício 3.11 (JPM)
Uma lógica é constituída por um sistema dedutivo e por um sistema semântico.

1. Explique detalhadamente em que consiste cada um destes componentes duma lógica.
2. Quais as relações que podem existir entre os dois componentes?

Exercício 3.12 (JPM)
Defina:

1. Argumento
2. Argumento válido
3. Derivabilidade

Resposta:

1. Um argumento é um par (Δ, α), em que Δ representa um conjunto de proposições (premissas) e α representa uma única proposição (conclusão).
2. Um argumento (Δ, α) é válido quando for logicamente impossível ter todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, ou seja, quando todos os modelos das premissas são também modelos da conclusão. Um argumento diz-se inválido caso contrário.
3. Dado um argumento (Δ, α), se existir uma sequência de regras de inferência que aplicadas às fbfs de Δ (e a fbfs geradas a partir de Δ) produz α, diz-se que α é derivável a partir de Δ e escreve-se $\Delta \vdash \alpha$. Neste caso, o argumento (Δ, α) diz-se demonstrável.

Exercício 3.13 (JPM)
O que é uma conceptualização? Diga para que serve, quais são os seus constituintes e o que contém cada um deles.

Resposta:

Uma conceptualização é um triplo (D, F, R), em que:

D é o universo de discurso, isto é, o conjunto de entidades que constituem o mundo real sobre o qual vamos falar.

F é o conjunto de funções que podem ser aplicadas às nossas entidades. Estas funções podem ser parciais.

R é o conjunto das relações ou predicados que podem ser aplicados às nossas entidades.

Uma conceptualização serve para descrever formalmente um mundo ou uma situação. Podem existir várias conceptualizações que descrevam o mesmo mundo ou situação, e a escolha da conceptualização mais adequada depende dos aspectos que são relevantes para a aplicação desejada.

A noção de conceptualização é utilizada na definição de interpretação (conceito fundamental em semântica), que é uma função que associa entidades da linguagem a entidades da conceptualização, para assim definir o conceito de validade (semântica) de fbfs.

Exercício 3.14 (JPM)

1. Diga o que é uma regra de inferência.

2. Diga em que consiste uma prova de α a partir de Δ.

4 Lógica da implicação relevante

Resumo:

Revisão do sistema dedutivo da lógica clássica
Provar em lógica clássica os seguintes teoremas, utilizando o sistema de dedução natural.

1. $A \to (B \to A)$ — Primeiro paradoxo da implicação: qualquer proposição implica uma proposição verdadeira.

1	$\mid A$	Hyp
2	$\mid \quad \mid B$	Hyp
3	$\mid \quad \mid A$	Reit, 1
4	$\mid B \to A$	$\to$I, 2, 3
5	$A \to (B \to A)$	$\to$I, 1, 4

2. $(A \land \neg A) \to B$ — Segundo paradoxo da implicação: uma contradição implica qualquer proposição.

1	$\mid A \land \neg A$	Hyp
2	$\mid \quad \mid \neg B$	Hyp
3	$\mid \quad \mid A \land \neg A$	Reit, 1
4	$\mid \quad \mid A$	$\land$E, 3
5	$\mid \quad \mid \neg A$	$\land$E, 3
6	$\mid \neg\neg B$	$\neg$I, 2, 4, 5
7	$\mid B$	$\neg$E, 6
8	$(A \land \neg A) \to B$	$\to$I, 1, 7

Tal como em lógica clássica, permitimos que se usem algumas das regras com mais graus de liberdade.

Regras de inferência da lógica da implicação relevante usadas:

Lógica da implicação relevante — Sistema dedutivo

Hyp

$$\begin{array}{l|ll} n & \underline{\alpha, \{k\}} & \text{Hyp} \\ n+1 & \ldots & \end{array}$$

Rep

$$\begin{array}{lll} n & \alpha, a & \\ \vdots & \vdots & \\ m & \alpha, a & \text{Rep}, n \end{array}$$

Reit

$$\begin{array}{llll} n & \alpha, a & & \\ \vdots & & \multicolumn{1}{|l}{\vdots} & \\ m & & \multicolumn{1}{|l}{\alpha, a} & \text{Reit}, n \end{array}$$

$\Rightarrow$ I

$$\begin{array}{l|ll} n & \underline{\alpha, \boldsymbol{\{k\}}} & \text{Hyp} \\ \vdots & \vdots & \\ m & \beta, \boldsymbol{a} \cup \boldsymbol{\{k\}} & \\ \multicolumn{1}{l}{m+1} & \multicolumn{1}{l}{\alpha \Rightarrow \beta, a} & \Rightarrow\text{I}, n, m \end{array}$$

$\Rightarrow$ E

$$\begin{array}{lll} n & \alpha, a & \\ n+1 & \alpha \Rightarrow \beta, b & \\ n+2 & \beta, a \cup b & \Rightarrow\text{E}, n, n+1 \end{array}$$

$\wedge$I

$$\begin{array}{lll} n & \alpha, \boldsymbol{a} & \\ n+1 & \beta, \boldsymbol{a} & \\ n+2 & \alpha \wedge \beta, \boldsymbol{a} & \wedge\text{I}, n, n+1 \end{array}$$

$\wedge$E

$$\begin{array}{lll} n & \alpha \wedge \beta, a & \\ n+1 & \alpha, a & \wedge\text{E}, n \end{array}$$

e

$$\begin{array}{lll} n & \alpha \wedge \beta, a & \\ n+1 & \beta, a & \wedge\text{E}, n \end{array}$$

$\vee$I

$$\begin{array}{lll} n & \alpha, a & \\ n+1 & \alpha \vee \beta, a & \vee\text{I}, n \end{array}$$

e

$$\begin{array}{lll} n & \alpha, a & \\ n+1 & \beta \vee \alpha, a & \vee\text{I}, n \end{array}$$

$\vee$E

$$\begin{array}{llll} n & \alpha \vee \beta, a & & \\ o & & \multicolumn{1}{|l}{\underline{\alpha, \boldsymbol{\{k\}}}} & \text{Hyp} \\ \vdots & & \multicolumn{1}{|l}{\vdots} & \\ p & & \multicolumn{1}{|l}{\gamma, \boldsymbol{b} \cup \boldsymbol{\{k\}}} & \\ r & & \multicolumn{1}{|l}{\underline{\beta, \boldsymbol{\{l\}}}} & \text{Hyp} \\ \vdots & & \multicolumn{1}{|l}{\vdots} & \\ s & & \multicolumn{1}{|l}{\gamma, \boldsymbol{b} \cup \boldsymbol{\{l\}}} & \\ m & \gamma, a \cup b & & \vee\text{E}, n, o\text{–}p, r\text{–}s \end{array}$$

$\neg$I

$$\begin{array}{lll} n & \alpha \Rightarrow \neg\alpha, a & \\ n+1 & \neg\alpha, a & \neg\text{I}, n \end{array}$$

$\neg$E

$$\begin{array}{lll} n & \neg\beta, a & \\ n+1 & \alpha \Rightarrow \beta, b & \\ n+2 & \neg\alpha, a \cup b & \neg\text{E}, n, n+1 \end{array}$$

$\neg\neg$I

$$\begin{array}{lll} n & \alpha, a & \\ n+1 & \neg\neg\alpha, a & \neg\neg\text{I}, n \end{array}$$

$\neg\neg$E

$$\begin{array}{lll} n & \neg\neg\alpha, a & \\ n+1 & \alpha, a & \neg\neg\text{E}, n \end{array}$$

Exercícios

Exercício 4.1 (AC+SP)
Prove em lógica da implicação relevante os seguintes teoremas. Caso não o consiga fazer, diga qual ou quais as regras que não o permitiram.

1. $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
2. $(A \wedge \neg A) \Rightarrow B$

Resposta:

1. $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$

1	$\mid A, \{1\}$	Hyp
2	$\mid \mid B, \{2\}$	Hyp
3	$\mid \mid A, \{1\}$	$Reit(1)$
4	$\mid B \Rightarrow A, \{?\}$	$Impossivel$

Não podemos aplicar a regra $I \Rightarrow$ porque $\{1\}$ e $\{2\}$ são disjuntos.

2. $(A \wedge \neg A) \Rightarrow B$

1	$\mid A \wedge \neg A, \{1\}$	Hyp
2	$\mid \mid \neg B, \{2\}$	Hyp
3	$\mid \mid A \wedge \neg A, \{1\}$	$Reit(1)$
4	$\mid \mid A, \{1\}$	$E \wedge (3)$
5	$\mid \mid \neg A, \{1\}$	$E \wedge (3)$
6	$\mid \neg\neg B, \{?\}$	$Impossivel$

Não podemos aplicar a regra $I\neg$ porque não conseguimos derivar $\neg B \Rightarrow B$. Por isso, não conseguimos derivar qualquer proposição a partir duma contradição.

Conclusão: Não conseguimos fazer uma prova equivalente à de lógica clássica para estes dois teoremas. Apesar disto, não ficou provado que eles não se conseguem provar na lógica implicação relevante (poderia haver alguma outra forma de fazer). Para se conseguir provar isto era necessário usar um meta teorema, e nós não damos isso nesta cadeira.

Exercício 4.2 (AC)
Prove na lógica da implicação relevante os seguintes teoremas e argumentos:

1. $((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B$
2. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge A) \Rightarrow C$
3. $\{A \vee B, ((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C))\} \vdash C$
4. $\{(A \Rightarrow \neg C)\} \vdash ((B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow \neg B))$

Resposta:

1. $((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B$

1	$\mid (A \Rightarrow B) \wedge A, \{1\}$	Hyp
2	$\mid A, \{1\}$	$E \wedge (1)$
3	$\mid A \Rightarrow B, \{1\}$	$E \wedge (1)$
4	$\mid B, \{1\}$	$E \Rightarrow (2, 3)$
5	$((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B, \{\}$	$I \Rightarrow (1, 4)$

2. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge A) \Rightarrow C$

1	$\mid ((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge A), \{1\}$	Hyp
2	$\mid A, \{1\}$	$E \wedge (1)$
3	$\mid A \Rightarrow B, \{1\}$	$E \wedge (1)$
4	$\mid B, \{1\}$	$E \Rightarrow (2, 3)$
5	$\mid B \Rightarrow C, \{1\}$	$E \wedge (1)$
6	$\mid C, \{1\}$	$E \Rightarrow (4, 5)$
7	$((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge A) \Rightarrow C, \{\}$	$I \Rightarrow (1, 6)$

3. $\{A \vee B, ((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C))\} \vdash C$

1	$\mid A \vee B, \{1\}$	Hyp
2	$\mid \mid (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C), \{2\}$	Hyp
3	$\mid \mid A \vee B, \{1\}$	$Reit(1)$
4	$\mid \mid A \Rightarrow B, \{2\}$	$E \wedge (2)$
5	$\mid \mid B \Rightarrow C, \{2\}$	$E \wedge (2)$
6	$\mid \mid \mid A, \{3\}$	Hyp
7	$\mid \mid \mid A \Rightarrow B, \{2\}$	$Reit(4)$
8	$\mid \mid \mid B, \{2, 3\}$	$E \Rightarrow (6, 7)$
9	$\mid \mid \mid B \Rightarrow C, \{2\}$	$Reit(5)$
10	$\mid \mid \mid C, \{2, 3\}$	$E \Rightarrow (8, 9)$
	$\mid \mid$	
11	$\mid \mid \mid B, \{4\}$	Hyp
12	$\mid \mid \mid B \Rightarrow C, \{2\}$	$Reit(5)$
13	$\mid \mid \mid C, \{2, 4\}$	$E \Rightarrow (11, 12)$
14	$\mid \mid C, \{1, 2\}$	$E \vee (3, (6, 10), (11, 13))$

4. $\{(A \Rightarrow \neg C)\} \vdash ((B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow \neg B))$

1	$\mid A \Rightarrow \neg C, \{1\}$	Hyp
2	$\mid \mid B \Rightarrow C, \{2\}$	Hyp
3	$\mid \mid A \Rightarrow \neg C, \{1\}$	$Reit(1)$
4	$\mid \mid \mid A, \{3\}$	Hyp
5	$\mid \mid \mid A \Rightarrow \neg C, \{1\}$	$Reit(3)$
6	$\mid \mid \mid \neg C, \{1, 3\}$	$E \Rightarrow (4, 5)$
7	$\mid \mid \mid B \Rightarrow C, \{2\}$	$Reit(2)$
8	$\mid \mid \mid \neg B, \{1, 2, 3\}$	$E\neg(6, 7)$
9	$\mid \mid A \Rightarrow \neg B, \{1, 2\}$	$I \Rightarrow (4, 8)$
10	$\mid (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow \neg B), \{1\}$	$I \Rightarrow (2, 9)$

Exercício 4.3 (AC)

1. Prove, na lógica da implicação relevante, o seguinte teorema: $A \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$

2. Considerando que $(A \Rightarrow B)$ é equivalente a $(\neg A \vee B)$, deveria conseguir provar o teorema: $A \Rightarrow ((\neg A \vee B) \Rightarrow B)$. Embora o consiga fazer em lógica clássica, não o consegue fazer na lógica da implicação relevante.

   (a) Prove este teorema na lógica clássica.

   (b) Explique porque é que não o consegue provar usando a lógica da implicação relevante.

Resposta:

1. $A \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$

1	$\mid A, \{1\}$	Hyp
2	$\mid \mid A \Rightarrow B, \{2\}$	Hyp
3	$\mid \mid A, \{1\}$	$Reit(1)$
4	$\mid \mid A \Rightarrow B, \{2\}$	$Rep(2)$
5	$\mid \mid B, \{1,2\}$	$E \Rightarrow (3,4)$
6	$\mid (A \Rightarrow B) \Rightarrow B, \{1\}$	$I \Rightarrow (2,5)$
7	$A \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B), \{\}$	$I \Rightarrow (1,6)$

2. (a) Prova do teorema $A \rightarrow ((\neg A \vee B) \rightarrow B)$ em *lógica clássica*:

1	$\mid A$	Hyp
2	$\mid \mid \neg A \vee B$	Hyp
3	$\mid \mid A$	$Reit(1)$
4	$\mid \mid \mid \neg A$	Hyp
5	$\mid \mid \mid A$	$Reit(3)$
6	$\mid \mid \mid \mid \neg B$	Hyp
7	$\mid \mid \mid \mid A$	$Reit(5)$
8	$\mid \mid \mid \mid \neg A$	$Reit(4)$
9	$\mid \mid \mid \neg\neg B$	$I\neg(6,7,8)$
10	$\mid \mid \mid B$	$E\neg(9)$
	$\mid \mid$	
11	$\mid \mid \mid B$	Hyp
12	$\mid \mid \mid B$	$Rep(11)$
13	$\mid \mid B$	$E \vee (2,(4,10),(11,12))$
14	$\mid (\neg A \vee B) \rightarrow B$	$I \rightarrow (2,13)$
15	$A \rightarrow ((\neg A \vee B) \rightarrow B)$	$I \rightarrow (1,14)$

(b) Não conseguimos provar este teorema usando a lógica da implicação relevante porque nesta lógica $(A \Rightarrow B)$ **não é equivalente a** $(\neg A \vee B)$, uma vez que na implicação A tem que ser obrigatoriamente relavante para a derivação de B, enquanto que na disjunção isso não é obrigatório.

Exercício 4.4 (AC)

Prove na lógica da implicação relevante os seguintes teoremas e argumentos:

1. $(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$
2. $((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge (A \vee B)) \Rightarrow C$
3. $((A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \wedge C))$
4. $(A \Rightarrow (B \wedge C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C))$
5. $\{(A \vee B)\} \vdash (((A \Rightarrow (B \wedge C)) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C)$
6. $(B \Rightarrow A) \Rightarrow (B \Rightarrow (A \vee C))$
7. $(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \vee C))$
8. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow \neg A)) \Rightarrow \neg A$
9. $\{A \Rightarrow B\} \vdash (A \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C$
10. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$
11. $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$
12. $\{A \wedge B\} \vdash ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C$

13. $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \land B) \Rightarrow C)$

Resposta:

1. $(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$

1	$\mid A \Rightarrow (A \Rightarrow B), \{1\}$	Hyp
2	$\mid\mid A, \{2\}$	Hyp
3	$\mid\mid A \Rightarrow (A \Rightarrow B), \{1\}$	$Reit(1)$
4	$\mid\mid A \Rightarrow B, \{1,2\}$	$E \Rightarrow (2,3)$
5	$\mid\mid A, \{2\}$	$Rep(2)$
6	$\mid\mid A \Rightarrow B, \{1,2\}$	$Rep(4)$
7	$\mid\mid B, \{1,2\}$	$E \Rightarrow (5,6)$
8	$\mid A \Rightarrow B, \{1\}$	$I \Rightarrow (2,7)$
9	$(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow B), \{\}$	$I \Rightarrow (1,8)$

2. $((A \Rightarrow C) \land (B \Rightarrow C) \land (A \lor B)) \Rightarrow C$

1	$\mid (A \Rightarrow C) \land (B \Rightarrow C) \land (A \lor B), \{1\}$	Hyp
2	$\mid A \lor B, \{1\}$	$E \land (1)$
3	$\mid A \Rightarrow C, \{1\}$	$E \land (1)$
4	$\mid\mid A, \{2\}$	Hyp
5	$\mid\mid A \Rightarrow C, \{1\}$	$Reit(3)$
6	$\mid\mid C, \{1,2\}$	$E \Rightarrow (4,5)$
7	$\mid B \Rightarrow C, \{1\}$	$E \land (1)$
8	$\mid\mid B, \{3\}$	Hyp
9	$\mid\mid B \Rightarrow C, \{1\}$	$Reit(7)$
10	$\mid\mid C, \{1,3\}$	$E \Rightarrow (8,9)$
11	$\mid C, \{1\}$	$E \lor (2,(4,6),(8,10))$
12	$((A \Rightarrow C) \land (B \Rightarrow C) \land (A \lor B)) \Rightarrow C, \{\}$	$I \Rightarrow (1,11)$

3. $((A \Rightarrow B) \land (A \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \land C))$

1	$\mid (A \Rightarrow B) \land (A \Rightarrow C), \{1\}$	Hyp
2	$\mid (A \Rightarrow B), \{1\}$	$E \land (1)$
3	$\mid (A \Rightarrow C), \{1\}$	$E \land (1)$
4	$\mid\mid A, \{2\}$	Hyp
5	$\mid\mid (A \Rightarrow B), \{1\}$	$Reit(2)$
6	$\mid\mid B, \{1,2\}$	$E \Rightarrow (4,5)$
7	$\mid\mid (A \Rightarrow C), \{1\}$	$Reit(3)$
8	$\mid\mid C, \{1,2\}$	$E \Rightarrow (4,7)$
9	$\mid\mid (B \land C), \{1,2\}$	$I \land (6,8)$
10	$\mid A \Rightarrow (B \land C), \{1\}$	$I \Rightarrow (4,9)$
11	$((A \Rightarrow B) \land (A \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \land C)), \{\}$	$I \Rightarrow (1,10)$

4. $(A \Rightarrow (B \land C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \land (A \Rightarrow C))$

1	$\mid A \Rightarrow (B \land C), \{1\}$	Hyp
2	$\mid\mid A, \{2\}$	Hyp
3	$\mid\mid A \Rightarrow (B \land C), \{1\}$	$Reit(1)$
4	$\mid\mid (B \land C), \{1,2\}$	$E \Rightarrow (2,3)$
5	$\mid\mid B, \{1,2\}$	$E \land (4)$
6	$\mid A \Rightarrow B, \{1\}$	$I \Rightarrow (2,5)$
7	$\mid\mid A, \{3\}$	Hyp
8	$\mid\mid A \Rightarrow (B \land C), \{1\}$	$Reit(1)$
9	$\mid\mid (B \land C), \{1,3\}$	$E \Rightarrow (7,8)$
10	$\mid\mid C, \{1,3\}$	$E \land (9)$
11	$\mid A \Rightarrow C, \{1\}$	$I \Rightarrow (7,10)$
12	$\mid (A \Rightarrow B) \land (A \Rightarrow C), \{1\}$	$I \land (6,10)$
13	$(A \Rightarrow (B \land C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \land (A \Rightarrow C)), \{\}$	$I \Rightarrow (1,12)$

5. $\{(A \vee B)\} \vdash (((A \Rightarrow (B \wedge C)) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C)$

1	$\mid (A \vee B), \{1\}$	Hyp
2	$\mid \mid (A \Rightarrow (B \wedge C)) \wedge (B \Rightarrow C), \{2\}$	Hyp
3	$\mid \mid A \Rightarrow (B \wedge C), \{2\}$	$E\wedge(2)$
4	$\mid \mid (B \Rightarrow C), \{2\}$	$E\wedge(2)$
5	$\mid \mid (A \vee B), \{1\}$	$Reit(1)$
6	$\mid \mid \mid A, \{3\}$	Hyp
7	$\mid \mid \mid A \Rightarrow (B \wedge C), \{2\}$	$Reit(3)$
8	$\mid \mid \mid B \wedge C, \{2,3\}$	$E\Rightarrow(6,7)$
9	$\mid \mid \mid C, \{2,3\}$	$E\wedge(8)$
	$\mid \mid$	
10	$\mid \mid \mid B, \{4\}$	Hyp
11	$\mid \mid \mid (B \Rightarrow C), \{2\}$	$Reit(4)$
12	$\mid \mid \mid C, \{2,4\}$	$E\Rightarrow(10,11)$
13	$\mid \mid C, \{1,2\}$	$E\vee(5,(6,9),(10,12))$
14	$\mid ((A \Rightarrow (B \wedge C)) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C, \{1\}$	$I\Rightarrow(2,13)$

6. $(B \Rightarrow A) \Rightarrow (B \Rightarrow (A \vee C))$

1	$\mid B \Rightarrow A, \{1\}$	Hyp
2	$\mid \mid B, \{2\}$	Hyp
3	$\mid \mid B \Rightarrow A, \{1\}$	$Reit(1)$
4	$\mid \mid A, \{1,2\}$	$E\Rightarrow(2,3)$
5	$\mid \mid A \vee C, \{1,2\}$	$I\vee(4)$
6	$\mid B \Rightarrow (A \vee C), \{1\}$	$I\Rightarrow(2,5)$
7	$(B \Rightarrow A) \Rightarrow (B \Rightarrow (A \vee C)), \{\}$	$I\Rightarrow(1,6)$

7. $(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \vee C))$

1	$\mid A \Rightarrow (A \Rightarrow B), \{1\}$	Hyp
2	$\mid \mid A, \{2\}$	Hyp
3	$\mid \mid A \Rightarrow (A \Rightarrow B), \{1\}$	$Reit(1)$
4	$\mid \mid A \Rightarrow B, \{1,2\}$	$E\Rightarrow(2,3)$
5	$\mid \mid B, \{1,2\}$	$E\Rightarrow(2,4)$
6	$\mid \mid B \vee C, \{1,2\}$	$I\vee(5)$
7	$\mid A \Rightarrow (B \vee C), \{1\}$	$I\Rightarrow(2,6)$
8	$(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \vee C)), \{\}$	$I\Rightarrow(1,7)$

8. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow \neg A)) \Rightarrow \neg A$

1	$\mid (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow \neg A), \{1\}$	Hyp
2	$\mid (A \Rightarrow B), \{1\}$	$E\wedge(1)$
3	$\mid (B \Rightarrow \neg A), \{1\}$	$E\wedge(1)$
4	$\mid \mid A, \{2\}$	Hyp
5	$\mid \mid (A \Rightarrow B), \{1\}$	$Reit(2)$
6	$\mid \mid B, \{1,2\}$	$E\Rightarrow(4,5)$
7	$\mid \mid (B \Rightarrow \neg A), \{1\}$	$Reit(3)$
8	$\mid \mid \neg A, \{1,2\}$	$E\Rightarrow(6,7)$
9	$\mid A \Rightarrow \neg A, \{1\}$	$I\Rightarrow(4,8)$
10	$\mid \neg A, \{1\}$	$I\neg(9)$
11	$((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow \neg A)) \Rightarrow \neg A, \{\}$	$I\Rightarrow(1,10)$

9. $\{A \Rightarrow B\} \vdash (A \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C$

1	$\mid (A \Rightarrow B), \{1\}$	Hyp
2	$\mid \mid A \wedge (B \Rightarrow C), \{2\}$	Hyp
3	$\mid \mid A, \{2\}$	$E\wedge(2)$
4	$\mid \mid (A \Rightarrow B), \{1\}$	$Reit(1)$
5	$\mid \mid B, \{1,2\}$	$E\Rightarrow(3,4)$
6	$\mid \mid (B \Rightarrow C), \{2\}$	$E\wedge(2)$
7	$\mid \mid C, \{1,2\}$	$E\Rightarrow(6,7)$
8	$\mid (A \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C, \{1\}$	$I\Rightarrow(2,7)$

10. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

$$\begin{array}{lll}
1 & \mid (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C), \{1\} & Hyp \\
2 & \mid (A \Rightarrow B), \{1\} & E\wedge(1) \\
3 & \mid (B \Rightarrow C), \{1\} & E\wedge(1) \\
4 & \mid \mid A, \{2\} & Hyp \\
5 & \mid \mid A \Rightarrow B, \{1\} & Reit(2) \\
6 & \mid \mid B, \{1,2\} & E\Rightarrow(4,5) \\
7 & \mid \mid B \Rightarrow C, \{1\} & Reit(3) \\
8 & \mid \mid C, \{1,2\} & E\Rightarrow(6,7) \\
9 & \mid (A \Rightarrow C), \{1\} & I\Rightarrow(4,8) \\
10 & ((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C), \{\} & I\Rightarrow(1,9)
\end{array}$$

11. $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$

$$\begin{array}{lll}
1 & \mid A \Rightarrow (B \Rightarrow C), \{1\} & Hyp \\
2 & \mid \mid (A \Rightarrow B), \{2\} & Hyp \\
3 & \mid \mid A \Rightarrow (B \Rightarrow C), \{1\} & Reit(1) \\
4 & \mid \mid \mid A, \{3\} & Hyp \\
5 & \mid \mid \mid A \Rightarrow (B \Rightarrow C), \{1\} & Reit(3) \\
6 & \mid \mid \mid B \Rightarrow C, \{1,3\} & E\Rightarrow(4,5) \\
7 & \mid \mid \mid A \Rightarrow B, \{2\} & Reit(2) \\
8 & \mid \mid \mid B, \{2,3\} & E\Rightarrow(4,7) \\
9 & \mid \mid \mid B \Rightarrow C, \{1,3\} & Rep(6) \\
10 & \mid \mid \mid C, \{1,2,3\} & E\Rightarrow(8,9) \\
11 & \mid \mid A \Rightarrow C, \{1,2\} & I\Rightarrow(4,10) \\
12 & \mid (A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C), \{1\} & I\Rightarrow(2,11) \\
13 & (A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C)), \{\} & I\Rightarrow(1,12)
\end{array}$$

12. $\{A \wedge B\} \vdash ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C$

$$\begin{array}{lll}
1 & \mid (A \wedge B), \{1\} & Hyp \\
2 & \mid A, \{1\} & E\wedge(1) \\
3 & \mid \mid (A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C), \{2\} & Hyp \\
4 & \mid \mid (A \Rightarrow C), \{2\} & E\wedge(3) \\
5 & \mid \mid A, \{1\} & Reit(2) \\
6 & \mid \mid C, \{1,2\} & E\Rightarrow(4,5) \\
7 & \mid ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C, \{1\} & I\Rightarrow(3,6)
\end{array}$$

13. $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \wedge B) \Rightarrow C)$

$$\begin{array}{lll}
1 & \mid A \Rightarrow (B \Rightarrow C), \{1\} & Hyp \\
2 & \mid \mid A \wedge B, \{2\} & Hyp \\
3 & \mid \mid A, \{2\} & E\wedge(2) \\
4 & \mid \mid A \Rightarrow (B \Rightarrow C), \{1\} & Reit(1) \\
5 & \mid \mid B \Rightarrow C, \{1,2\} & E\Rightarrow(3,4) \\
6 & \mid \mid B, \{2\} & E\wedge(2) \\
7 & \mid \mid B \Rightarrow C, \{1,2\} & Rep(5) \\
8 & \mid \mid C, \{1,2\} & E\Rightarrow(6,7) \\
9 & \mid (A \wedge B) \Rightarrow C, \{1\} & I\Rightarrow(2,8) \\
10 & (A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \wedge B) \Rightarrow C), \{\} & I\Rightarrow(1,9)
\end{array}$$

Exercício 4.5 (JPM)
Explique em que é que a lógica da implicação relevante é diferente da lógica de primeira ordem (max. 100 palavras).

Exercício 4.6 (JPM)
Explique a razão para a criação de lógicas não clássicas.

Resposta:

No nosso dia a dia usamos argumentos, que podemos considerar como sendo intuitivamente aceitáveis ou não aceitáveis. A lógica clássica formaliza argumentos e tem a sua própria noção de validade. No entanto, e ao contrário do que seria de esperar, nem sempre o resultado da lógica está de acordo com a nossa intuição.

As lógicas não clássicas foram criadas para podermos ter lógicas onde o conjunto de argumentos válidos é diferente do da lógica clássica. Esta diferença vai permitir modelar aspectos diferentes dos argumentos informais que usamos normalmente.

Podemos optar por estender a lógica clássica, isto é, aumentar o conjunto de argumentos válidos, como fazem por exemplo a lógica modal e a lógica da omissão do Reiter.

Podemos também optar por questionar a lógica clássica, fazendo com que alguns dos seus argumentos válidos deixem de o ser. Isto é o que faz, por exemplo, a lógica da implicação relevante, que não permite a derivação dos dois paradoxos da implicação.

5 Lógica modal

Resumo:

A lógica modal extende a lógica clássica com a adição de dois novos operadores, os operadores modais:

- $\Box$ — o operador de necessitação
- $\Diamond$ — o operador de possibilidade
- $\Diamond = \neg\Box\neg$

Estes operadores permitem a representação de conhecimento que não era possível representar na lógica clássica, como por exemplo que algo é necessariamente verdade, que se acredita que seja verdade, que é obrigatório, etc.

A semântica é baseada na noção de mundos possíveis. Cada mundo possível corresponde a um universo e nele avaliam-se as fórmulas como em lógica clássica. A relação de acessibilidade indica quando é que se pode passar de um mundo possível para outro.

Se $\Box\alpha$ é verdade num mundo, então α é verdade em todos os mundos acessíveis a partir desse mundo.

Se $\neg\Box\alpha$ é verdade num mundo, então $\neg\alpha$ é verdade em pelo menos um mundo acessível a partir desse mundo.

Se $\Diamond\alpha$ é verdade num mundo, então α é verdade em pelo menos um mundo acessível a partir desse mundo.

Se $\neg\Diamond\alpha$ é verdade num mundo, então $\neg\alpha$ é verdade em todos os mundos acessíveis a partir desse mundo.

$\Delta \models \alpha$ se, em qualquer mundo w de qualquer modelo $M = (W, R, V)$, temos $M \models_w \alpha$ sempre que $M \models_w \delta$ para qualquer $\delta \in \Delta$.

Uma fórmula α é verdadeira se $\{\} \models \alpha$.

As seguintes fórmulas são sempre verdadeiras:

- $\Diamond\alpha \leftrightarrow \neg\Box\neg\alpha$
- $\neg\Box\alpha \leftrightarrow \Diamond\neg\alpha$
- $\Box(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow \Box\alpha \wedge \Box\beta$
- $\Diamond(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow \Diamond\alpha \vee \Diamond\beta$

Axiomas modais mais conhecidos:

- Axioma K: $\Box(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$ Este axioma é verdadeiro em todas as estruturas de Kripke.

- Axioma T: $\Box\alpha \rightarrow \alpha$ Este axioma é verdadeiro em todas as estruturas de Kripke cuja relação de acessibilidade é reflexiva, isto é, que verifica a condição $\forall(w_i \in W)[R(w_i, w_i)]$.

- Axioma D: $\Box\alpha \rightarrow \Diamond\alpha$ Este axioma é verdadeiro em todas as estruturas de Kripke cuja relação de acessibilidade é linear, isto é, que verifica a condição $\forall(w_i \in W)[\exists(w_j \in W)[R(w_i, w_j)]]$.

- Axioma 4: $\Box\alpha \rightarrow \Box\Box\alpha$ Este axioma é verdadeiro em todas as estruturas de Kripke em que a relação de acessibilidade é transitiva, isto é, que verifica a condição $\forall(w_i, w_j, w_k \in W)[(R(w_i, w_j) \wedge R(w_j, w_k)) \rightarrow R(w_i, w_k)]$.

- Axioma 5: $\Diamond\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$ Este axioma é verdadeiro em todas as estruturas de Kripke cuja relação de acessibilidade é euclideana, isto é, que verifica a condição $\forall(w_i, w_j, w_k \in W)[(R(w_i, w_j) \wedge R(w_i, w_k)) \rightarrow R(w_j, w_k)]$.

- Axioma B: $\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$ Este axioma é verdadeiro em todas as estruturas de Kripke cuja relação de acessibilidade é simétrica, isto é, que verifica a condição $\forall(w_i, w_j \in W)[R(w_i, w_j) \rightarrow R(w_j, w_i)]$.

Nome	**Axioma**	**Pp da relação de acessibilidade**
K	$\Box(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$	—
T	$\Box\alpha \rightarrow \alpha$	Reflexiva
D	$\Box\alpha \rightarrow \Diamond\alpha$	Linear
4	$\Box\alpha \rightarrow \Box\Box\alpha$	Transitiva
5	$\Diamond\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$	Euclideana
B	$\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$	Simétrica

Regra de inferência da necessitação: se $\vdash \alpha$ então $\vdash \Box\alpha$. Ou seja, se α é um teorema da lógica clássica, então $\Box\alpha$ é um teorema da lógica modal. Da mesma forma, pela via semântica temos: se $\models \alpha$ então $\models \Box\alpha$.

Lógicas modais para representar conceitos diferentes terão axiomas diferentes, dependendo do significado que for atribuido aos operadores modais.

- Lógica epistémica lida com a noção do conhecimento de um dado agente. $\Box\alpha$ significa que o agente sabe α e $\Diamond\alpha$ significa que o agente não sabe $\neg\alpha$, ou seja, que α é possível. É a lógica KT45, que requer uma relação de acessibilidade reflexiva, transitiva e euclideana.

- Lógica doxástica lida com a noção de crença de um dado agente. $\Box\alpha$ significa que o agente acredita que α é verdade e $\Diamond\alpha$ significa que o agente não acredita em $\neg\alpha$, ou seja, que α é consistente com as crenças do agente. É a lógica K45, que requer uma relação de acessibilidade transitiva e euclideana.

- Lógica deôntica lida com a noção de códigos morais. $\Box\alpha$ significa que α é obrigatório e $\Diamond\alpha$ significa que $\neg\alpha$ não é obrigatório, ou seja, que α é permitido. É a lógica D, que requer uma relação de acessibilidade linear.

- Lógica temporal lida com a noção de tempo. $\Box\alpha$ significa que α vai acontecer sempre no futuro e $\Diamond\alpha$ significa que $\neg\alpha$ não vai acontecer sempre no futuro, ou seja, que α vai acontecer alguma vez no futuro. Uma vez que a relação de acessibilidade significa "depois de", não pode ser reflexiva nem simétrica, logo os axiomas T e B não podem ser considerados.

Regras de inferência do sistema dedutivo

Para além das regras de inferência do sistema dedutivo da lógica de primeira ordem, existem as seguintes regras de inferência.

6 Lógica da omissão de Reiter — Representação e cálculo de extensões

Resumo:

Os formalismos não-monótonos foram introduzidos para permitir raciocínio baseado em conhecimento incompleto.

Chamam-se não-monótonos porque com a adição de novo conhecimento, o nosso conjunto de crenças pode diminuir, isto é, podemos deixar de acreditar em algo em que acreditávamos anteriormente.

- Regra de omissão: $\frac{A(x):B_1(x),\ldots,B_m(x)}{C(x)}$.
  Em que $A(x)$ é a pré-condição, $B_1(x),\ldots,B_m(x)$ é a justificação e $C(x)$ é a conclusão da regra.
  Esta regra significa que, se acreditarmos em $A(x)$ e for consistente assumir cada um dos $B_1(x),\ldots,B_m(x)$, então podemos concluir $C(x)$.
  Para podermos concluir $C(x)$, é preciso provar que não se consegue acreditar em $\neg B_1(x),\ldots,\neg B_m(x)$, nem se vai passar a acreditar a partir de nenhuma consequência desta regra. Este problema é semi-decidível. É possível que $C(x) \rightarrow \neg B_i(x)$, por isso o processo de construção de extensões não pode ser construtivo.

- Regra de omissão normal: $\frac{A(x):B(x)}{B(x)}$.
  Numa regra de omissão normal, a (única) justificação é equivalente à conclusão.
  As teorias que só têm regras de omissão normais são semi-monótonas, isto é, se o conjunto de regras de omissão da teoria aumentar, para cada extensão da teoria original, vai existir uma extensão da nova teoria que a contém. Cada teoria de omissão normal tem sempre pelo menos uma extensão e existe um mecanismo de decisão mecânico que permite determinar se uma determinada fbf pertence a alguma extensão da teoria.

- Regra de omissão semi-normal: $\frac{A(x):B(x)\wedge\neg C(x)}{B(x)}$.
  Numa regra de omissão semi-normal, a (única) justificação implica a conclusão.
  As teorias de omissão semi-normais não têm a garantia de extensão a não têm a propriedade da semi-monotonicidade.

- A lógica da omissão de reiter tem alguns problemas. Por exemplo: dadas as regras $\frac{A:B}{B}$ e $\frac{\neg A:B}{B}$, se não soubermos nada acerca de A, não podemos concluir nada acerca de B.

- As extensões de uma teoria de omissão (R,Δ) são os conjuntos de conclusões que podem ser obtidas de Δ, usando não só a lógica de primeira ordem, mas também as regras de omissão em R. Uma teoria de omissão pode definir zero ou mais extensões.

Resumo:

Via sintáctica

Definição de extensão de uma teoria de omissão:

Ω é uma extensão da teoria de omissão (R, Δ) sse $\Gamma(\Omega) = \Omega$, em que $\Gamma(\Omega)$ é o menor conjunto que satisfaz as seguintes condições:

1. $\Delta \subset \Gamma(\Omega)$
2. $\Gamma(\Omega)$ é fechado quanto à derivabilidade, isto é, $th(\Gamma(\Omega)) = \Gamma(\Omega)$
3. Se $\frac{\alpha : \beta}{\gamma} \in R$, $\alpha \in \Gamma(\Omega)$ e $\neg\beta \notin \Omega$ então $\gamma \in \Gamma(\Omega)$

Assim, para Ω ser uma extensão da teoria de omissão (R, Δ), tem que satisfazer as cinco condições enunciadas na definição acima: Ω é um ponto fixo do operador Γ, $\Gamma(\Omega)$ é mínimo, e as condições 1. a 3. são satisfeitas.

Método para verificar se um conjunto de fbfs é extensão de uma teoria de omissão:

Seja $\epsilon \subseteq \mathcal{L}$ um conjunto de fbfs fechadas e seja (R, Δ) uma teoria de omissão fechada. Defina-se:

$$\epsilon_0 = \Delta$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{i+1} = \; & th(\epsilon_i) \cup \\ & \{\gamma : \tfrac{\alpha : \beta_1, \ldots, \beta_m}{\gamma} \in R, \text{ em que } \alpha \in \epsilon_i \text{ e } \neg\beta_1, \ldots, \neg\beta_m \notin \boldsymbol{\epsilon}\} \end{aligned}$$

então, ϵ é uma extensão de (R, Δ) sse $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$.

Nota: Este não é um método construtivo por causa do ϵ que está a bold na definição, o que implica que é necessário ter à partida uma proposta de extensão.

Como determinar as extensões de uma teoria de omissão pela via sintáctica:

Não sabemos calcular as extensões de uma teoria de omissão.

No entanto, podemos verificar se um conjunto de fbfs Ω é uma extensão da teoria de omissão (R, Δ), quer verificando se ele respeita a definição de extensão, quer através do método de verificação de extensões.

Em qualquer dos casos, o primeiro passo será sempre decidir quais são as propostas de extensão que devemos considerar, tendo em conta que não vale a pena considerar propostas que à partida saibamos que não vão satisfazer a definição de extensão.

Para satisfazerem a condição 1. da definição de extensão, as propostas de extensão têm obrigatoriamente que conter Δ, pois os conjuntos que não contenham Δ nunca vão poder ser extensões da teoria.

Para satisfazerem a condição 2. da definição de extensão, as propostas de extensão têm que ser fechadas quanto à derivabilidade, por isso só vale a pena considerar todos os teoremas que possam ser derivados a partir de conjuntos que contenham Δ.

Para satisfazerem a condição 3. da definição de extensão, as propostas de extensão têm que incluir as concluões de todas as regras de omissão que possam ser aplicadas. Assim, as possíveis extensões devem ser os teoremas de Δ reunido com cada uma das combinações das conclusões de todas as regras de omissão que existirem na teoria.

Não vale a pena considerar extensões que sejam conjuntos que tenham mais fbfs porque esses conjuntos não iriam ser mínimos e por isso não iriam satisfazer a noção de extensão.

Os conjuntos contraditórios também não podem ser extensão de nenhuma teoria de omissão (a não ser que $th(\Delta)$ já fosse contraditório), pois a partir de uma contradição pode derivar-se qualquer coisa. Logo, nos conjuntos contraditórios nunca vai ser possível assumir a justificação de nenhuma regra de omissão, pois tanto a justificação como a sua negação fazem parte do conjunto. Para além disso, contêm fórmulas que não foram derivadas a partir da teoria. No caso em que $th(\Delta)$ é contraditório, já é possível derivar qualquer coisa a partir de Δ, não se pode aplicar qualquer regra de omissão e por isso $th(\Delta)$ vai ser extensão da teoria, apesar de ser contraditório. Convém notar que também teríamos um conjunto de crenças contraditório se estivéssemos a usar apenas a lógica de primeira ordem.

Uma vez que sabemos que as extensões correspondem a conjuntos de fbfs em que se aplicaram todas as regras de omissão que poderiam ser aplicadas (pelo ponto 3. da definição de extensão), convém começar a verificar se são extensão os conjuntos com mais fbfs, pois se um conjunto for extensão, nenhum outro conjunto que esteja contido nele vai ser extensão.

Se tivermos uma teoria de omissão com uma regra de omissão com conclusão A, temos duas propostas de extensão razoáveis: $th(\Delta)$ e $th(\Delta \cup \{A\})$.

Se a teoria tiver mais uma regra de omissão com conclusão B, temos quatro propostas de extensão razoáveis: as duas anteriores mais $th(\Delta \cup \{B\})$ e $th(\Delta \cup \{A, B\})$.

Se a teoria tiver ainda mais uma regra de omissão com conclusão C, temos oito propostas de extensão razoáveis: as quatro anteriores mais $th(\Delta \cup \{C\})$, $th(\Delta \cup \{A, C\})$, $th(\Delta \cup \{B, C\})$ e $th(\Delta \cup \{A, B, C\})$. E assim sucessivamente.

No caso de a teoria de omissão ter regras de omissão com variáveis, é como se cada regra de omissão da teoria correspondesse a várias regras de omissão, correspondendo cada uma delas à aplicação da regra a uma constante.

Via semântica

Pela via semântica, as extensões são calculadas usando modelos de conjuntos de fórmulas. Alguns exemplos:

- $\mathcal{M}_1 = \{M : M \models \{\}\}$
  São consequência lógica deste conjunto de modelos todos os teoremas da LPO, nomeadamente $A \to (B \to A)$, $A \vee \neg A$, $(A \wedge \neg A) \to B$, etc.

- $\mathcal{M}_2 = \{M : M \models \{A\}\}$

São consequência lógica deste conjunto de modelos todos os teoremas da LPO, mais todas as fórmulas que for possível derivar a partir de A, nomeadamente $C \rightarrow A$, $A \vee FALSO$, $\neg A \rightarrow D$, etc. Este conjunto de modelos tem mais consequências lógicas mas menos modelos do que $\mathcal{M}_1$, pois dos modelos de $\mathcal{M}_1$ foram eliminados todos aqueles em que A é falso.

- $\mathcal{M}_3 = \{M : M \models \{A, B\}\}$
  São consequência lógica deste conjunto de modelos todos os teoremas da LPO, mais todas as fórmulas que for possível derivar a partir de A e de B, nomeadamente $C \rightarrow A$, $A \vee FALSO$, $\neg A \rightarrow D$, $C \rightarrow B$, $B \vee FALSO$, $\neg B \rightarrow D$, $A \rightarrow B$, $B \rightarrow A$, etc. Este conjunto de modelos tem mais consequências lógicas mas menos modelos do que $\mathcal{M}_2$, pois dos modelos de $\mathcal{M}_2$ foram eliminados todos aqueles em que B é falso.

- $\mathcal{M}_4 = \{M : M \models \{A, A \rightarrow B\}\}$
  Este conjunto de modelos é igual a $\mathcal{M}_3$, pois se temos A e $A \rightarrow B$ também temos B, por isso vamos ter exactamente as mesmas consequências lógicas e os mesmos modelos que tínhamos em $\mathcal{M}_3$.

- $\mathcal{M}_5 = \{M : M \models \{A, \neg A\}\}$
  Este conjunto de modelos é vazio, pois não conseguimos encontrar qualquer valoração que dê a A simultaneamente o valor $VERDADEIRO$ e $FALSO$. Mas também tem infinitas consequências lógicas, neste caso todas as fbfs da LPO.

As extensões são calculadas usando a noção de uma regra de omissão preferir um conjunto de modelos relativamente a outro (fazendo as árvores). Quando um conjunto de modelos é máximo e estável, é modelo de uma extensão da teoria.

Um conjunto de modelos é máximo quando não se puder acrescentar mais fórmulas através da aplicação de regras de omissão.

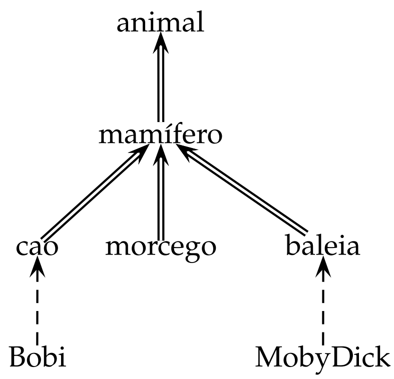
Um conjunto de modelos é estável quando ainda se puderem aplicar as regras que foram aplicadas ao longo de pelo menos um dos caminhos para chegar até ele.

Podemos "aplicar" uma regra de omissão a um conjunto de modelos sse "soubermos" a pré-condição e "for consistente assumir" as justificações, ou seja, se a pré-condição for consequência lógica de todos os modelos do conjunto e cada justificação for consequência lógica de pelo menos um dos modelos do conjunto. Neste caso, podemos passar para um novo conjunto de modelos, em que podemos derivar tudo o que derivávamos anteriormente mais a conclusão da regra de omissão que "aplicámos" para lá chegar.

Nota: Devemos ter em atenção que os conjuntos de modelos de fórmulas contraditórias (estes conjuntos de modelos são vazios, pois é impossível ter uma valoração que dá simultaneamente os valores $VERDADEIRO$ e $FALSO$ a uma determinada fórmula) não são extensão da teoria, pois deixa de ser possível assumir as justificações das regras de omissão que foram aplicadas (se o conjunto de modelos é vazio, então não existe pelo menos um modelo que satisfaça a justificação) e por isso não são estáveis. O único caso em que uma teoria de omissão pode ter uma extensão contraditória é quando as próprias fórmulas de Δ (e os seus teoremas) já dão origem a uma contradição. Neste caso, o conjunto de modelos inicial é vazio, não se consegue aplicar nenhuma regra de omissãoe por isso o conjunto de modelos é máximo e estável.

Exercícios

Exercício 6.1 (AC+SP)
Represente na LO do Reiter a seguinte hierarquia:



Em que:

a $\Longrightarrow$ b	significa que todos os *a*s são *b*s
A - - ➤ b	significa que este A é um *b*

Resposta:

Como estamos a considerar informação que corresponde a uma hierarquia onde não há excepções, usamos regras universais:

$$\forall(x)[Mamifero(x) \rightarrow Animal(x)]$$
$$\forall(x)[Cao(x) \rightarrow Mamifero(x)]$$
$$\forall(x)[Morcego(x) \rightarrow Mamifero(x)]$$
$$\forall(x)[Baleia(x) \rightarrow Mamifero(x)]$$

As instâncias são representadas como satisfazendo o predicado correspondente à classe a que pertencem:

$$Cao(Bobi)$$
$$Baleia(MobyDick)$$

Nota: Exactamente igual ao exercício que foi resolvido usando LPO.

Exercício 6.2 (AC+SP)
Represente o atributo forma de deslocação para a hierarquia anterior.

Resposta:

Não sabemos qual é a fdd mais comum a todos os animais, mas sabemos que a maior parte dos mamíferos anda:

$$\frac{Mamifero(x) : Fdd(x, Andar)}{Fdd(x, Andar)}$$

Mas ainda existem as excepções:

$\forall(x)[Morcego(x) \rightarrow Fdd(x, Voar)]$

$\forall(x)[Baleia(x) \rightarrow Fdd(x, Nadar)]$

Nota: Agora já conseguimos representar valores por omissão sem ter que descer na hierarquia com regras universais. Temos menos trabalho que em LPO.

O problema é que agora podemos concluir que a *MobyDick* nada porque é uma baleia e todas as baleias nadam e que a *MobyDick* anda porque é um mamífero e normalmente os mamíferos andam. Assim, falta dizer que cada animal apenas tem apenas uma forma de deslocação, o que vai cancelar a aplicação da regra de omissão no caso das baleias:

$\forall(x, y, z)[(Animal(x) \wedge Fdd(x, y) \wedge Fdd(x, z)) \rightarrow y = z]$

ou

$\forall(x, y, z)[(Animal(x) \wedge Fdd(x, y) \wedge y \neq z) \rightarrow \neg Fdd(x, z)]$

As duas alternativas são equivalentes, como se pode verificar passando cada uma delas para uma disjunção:

$\forall(x, y, z)[(Animal(x) \wedge Fdd(x, y) \wedge Fdd(x, z)) \rightarrow y = z] \leftrightarrow$
$\forall(x, y, z)[\neg Animal(x) \vee \neg Fdd(x, y) \vee \neg Fdd(x, z) \vee y = z]$

$\forall(x, y, z)[(Animal(x) \wedge Fdd(x, y) \wedge y \neq z) \rightarrow \neg Fdd(x, z)] \leftrightarrow$
$\forall(x, y, z)[\neg Animal(x) \vee \neg Fdd(x, y) \vee y = z \vee \neg Fdd(x, z)]$

Tal como acontecia com este exercício em lógica clássica, continua a fazer sentido verificar se existem mais animais com apenas uma forma de deslocação ou mais animais com mais do que uma forma de deslocação. Se por um lado, caso não se represente esta regra, não existe nada de errado em deduzir que a *MobyDick* nada e anda, por outro, com esta regra, não conseguiremos dizer que o Homem tanto se pode deslocar a andar como a nadar...

Podíamos também, em vez de dizer que os animais têm apenas uma forma de deslocação, modificar as regras que falam acerca da forma de deslocação das baleias e dos morcegos, para passarem a indicar explicitamente que eles não andam:

$\forall(x)[Morcego(x) \rightarrow (Fdd(x, Voar) \wedge \neg Fdd(x, Andar))]$

$\forall(x)[Baleia(x) \rightarrow (Fdd(x, Nadar) \wedge \neg Fdd(x, Andar))]$

Estas regras têm a desvantagem de estarem dependentes do que está dito acerca dos mamíferos: se por exemplo se passasse a acreditar que os mamíferos correm, íamos voltar a ter o problema anterior, a não ser que nos lembrássemos de alterar também estas duas regras.

Uma outra alternativa, em que não seriam necessárias estas regras universais, seria alterar a regra de omissão acerca dos mamíferos de forma a que ela deixasse de ser aplicável aos morcegos e às baleias, para:

$$\frac{Mamifero(x) : Fdd(x, Andar) \wedge \neg Baleia(x) \wedge \neg Morcego(x)}{Fdd(x, Andar)}$$

Esta alternativa tem o problema que de cada vez que aparecer uma nova excepção temos que tornar a alterar a regra, invalidando todas as derivações que tenham sido feitas a partir dela anteriormente. Esta alternativa vai ser discutida mais a fundo no próximo exercício.

Exercício 6.3 (AC+SP)
Acrescente à hierarquia anterior um morcego chamado Vampy, e faça as alterações necessárias à sua resposta ao exercício anterior para representar o segunte: O Vampy tem as asas partidas. Os morcegos com as asas partidas não voam, andam.

Resposta:

$Morcego(Vampy)$

$AsasPartidas(Vampy)$

$\forall(x)[(Morcego(x) \wedge AsasPartidas(x)) \rightarrow (\neg Fdd(x, Voar)^2 \wedge Fdd(x, Andar))]$

A regra universal $\forall(x)[Morcego(x) \rightarrow Fdd(x, Voar)]$, para poder ter excepções, em particular os morcegos que têm as asas partidas, passa a ser uma regra de omissão: $\frac{Morcego(x) : Fdd(x, Voar)}{Fdd(x, Voar)}$

Podemos agora, com base na regra que diz que os morcegos com as asas partidas não voam, andam, concluir que o *Vampy* não voa, anda. Vamos deixar de poder concluir que ele voa, uma vez que o facto de os morcegos voarem está representado como uma regra de omissão, que pode ter excepções.

Agora, se considerarmos a existência de outros morcegos, por exemplo o $VampyJunior$, vamos passar a ter duas extensões:[3] uma em que o $VampyJunior$ voa por ser um morcego e outra em que ele anda por ser um mamífero; a LOR não fornece um mecanismo para escolher entre elas.[4]

O problema é que a regra acerca da forma de deslocação dos mamíferos continua a ser aplicável aos morcegos. Assim, gostaríamos de alterar a regra acerca dos mamíferos de forma a impedir que ela fosse aplicável aos morcegos. Por exemplo, poderíamos ficar com:

$$\frac{Mamifero(x) \wedge \neg Morcego(x) : Fdd(x, Andar)}{Fdd(x, Andar)}$$

Esta regra só pode ser aplicada a mamíferos que se saiba que não são morcegos. O que significa que deixa de ser aplicável, por exemplo, ao *Bobi*. Na realidade, queremos aplicar a regra, não aos animais que se saiba que não são morcegos, mas àqueles acerca dos quais é consistente assumir que não são morcegos. Assim, a regra deveria ser:

$$\frac{Mamifero(x) : \neg Morcego(x) \wedge Fdd(x, Andar)}{Fdd(x, Andar)}$$

Mas esta regra continua a ser aplicável às baleias, por isso deveríamos considerar também essa excepção:

$$\frac{Mamifero(x) : \neg Morcego(x) \wedge \neg Baleia(x) \wedge Fdd(x, Andar)}{Fdd(x, Andar)}$$

E de cada vez que encontrássemos uma nova excepção deveríamos alterar esta regra. No entanto, estar constantemente a alterar regras que já existiam na base de conhecimento não é uma boa opção, em particular em termos da facilidade de manutenção da base de conhecimento. Assim, uma solução mais correcta seria ter um predicado que indicasse quando é que os animais são normais em relação a andar e dizer explicitamente quando é que isso não se verifica:

[2] $\neg Fdd(x, Voar)$ é opcional se tivermos a regra que diz que cada animal apenas tem uma forma de deslocação. De qualquer das formas, em princípio não faz mal ter conhecimento redundante e esta fórmula reproduz mais fielmente a informação que nos foi fornecida.

[3] Isto no caso de termos a regra que diz que cada animal só tem forma de deslocação; caso contrário, ambas as conclusões vão estar na mesma extensão, embora isso não faça sentido.

[4] Em sistemas mais expressivos poderíamos usar preferências, como por exemplo, a regra da especificidade existente no SNePSwD.

$\frac{Mamifero(x):NormalAndar(x) \wedge Fdd(x,Andar)}{Fdd(x,Andar)}$

$\forall(x)[Morcego(x) \to \neg NormalAndar(x)]$

$\forall(x)[Baleia(x) \to \neg NormalAndar(x)]$

...

Desta forma, as novas excepções são representadas com regras universais que indicam em que condições é que os mamíferos não são normais em relação a andar. A regra de omissão acerca dos mamíferos deixa de ser aplicável ao $VampyJunior$ porque ele é um morcego e por isso deixa de ser consistente assumir que ele é normal em relação a andar. Quanto aos outros mamíferos, se não for dito nada em contrário, pode-se assumir que são normais em relação a andar e que andam.

Conclusão: Para as hierarquias e definições sem excepções, podemos usar regras universais. Para propriedades, que podem ter excepções, o melhor é usar sempre regras de omissão. As regras de omissão podem por vezes dar origem a várias extensões, mas isso em geral é preferível relativamente a ter conhecimento errado.

Exercício 6.4 (AC+SP)
Represente as seguintes frases usando a lógica de omissão do Reiter:

1. O BolaDeNeve ou é um gato ou é um cão (mas não os dois simultaneamente).
2. Normalmente os universitários são adultos.
3. Normalmente os adultos são empregados, a não ser que sejam universitários.
4. Em geral os universitários não gostam de estudar.
5. Tipicamente os programas da Microsoft que são novos têm bugs.
6. Em geral os utilizadores não gostam de programas com bugs.
7. O Windows XP é um programa novo da microsoft.

Resposta:

1. $(Cao(BDN) \vee Gato(BDN)) \wedge \neg(Cao(BDN) \wedge Gato(BDN))$
   Nota: Igual a LPO.
2. $\frac{Universitario(x):Adulto(x)}{Adulto(x)}$
3. $\frac{Adulto(x):Empregado(x) \wedge \neg Universitario(x)}{Empregado(x)}$
4. $\frac{Universitario(x):\neg Gosta(x,Estudar)}{\neg Gosta(x,Estudar)}$
5. $\frac{Programa(x) \wedge EDe(x,Microsoft) \wedge Novo(x):Tem(x,Bugs)}{Tem(x,Bugs)}$
6. $\frac{Utilizador(x) \wedge Programa(y) \wedge Tem(y,Bugs):\neg Gosta(x,y)}{\neg Gosta(x,y)}$
7. $Programa(WinXP)$; $Novo(WinXP)$; $EDe(WinXP, Microsoft)$

Exercício 6.5 (AC)
Diga se as seguintes regras de omissão fazem ou não sentido. As que não fazem explique porquê. As que fazem diga o que significam.

1. $\frac{A(x) : B(x)}{A(x)}$

2. $\frac{Pessoa(x) \wedge Casado(x) : TemFilhos(x)}{TemFilhos(x)}$

3. $\frac{A(x) : B(x)}{C(x)}$

4. $\frac{: \neg A}{A}$

5. $\frac{A(x) :}{B(x)}$

Resposta:

1. Não faz sentido: se temos que saber $A(x)$ para podermos aplicar a regra, não adianta nada aplicá-la para voltarmos a concluir $A(x)$.
2. Normalmente as pessoas casadas têm filhos.
3. Depende do significado que tiverem os predicados: $\frac{Computador(x) : Lento(x)}{Bom(x)}$ não faz sentido, mas $\frac{Computador(x) : Lento(x)}{Mau(x)}$ já faz.
4. Não faz sentido: se for consistente assumir $\neg A$, não faz sentido concluir A, até porque $\neg A$ pode já estar na base de conhecimento.
5. Não faz sentido: uma vez que a justificação da regra é vazia, deveríamos ter usado uma regra universal $\forall(x)[A(x) \rightarrow B(x)]$.

Exercício 6.6 (?)
Mostrar, por via sintáctica, que a teoria de omissão $(\{\frac{:A}{\neg A}\}, \{\})$ não tem extensões.

Resposta:

Neste exercício, só há duas propostas de extensão que temos que verificar: $th(\{\})$ e $th(\{\neg A\})$, pois nenhum outro conjunto iria satisfazer a definição de extensão para esta teoria.

Neste exercício, vamos verificar se as propostas de extensão são realmente extensão da teoria pelos dois métodos possíveis: verificando se elas respeitam a definição de extensão e através do método de verificação de extensões. Em geral, vamos usar apenas o método de verificação de extensões, por ser mais simples.

Verificando se respeitam a definição de extensão

- $th(\{\neg A\})$ pode ser extensão? (neste caso $\Omega = th(\{\neg A\})$ e $\Gamma(\Omega) = th(\{\neg A\})$)
  1. $\{\} \subset th(\{\neg A\})$ OK
  2. $th(th(\{\neg A\})) = th(\{\neg A\})$ OK
  3. Se $\frac{:A}{\neg A} \in \Psi$, $\{\} \in th(\{\neg A\})$, $\neg A \notin th(\{\neg A\})$, então, ...
     Neste caso, temos uma implicação em que um dos antecedentes é falso. Por isso, a implicação é verdadeira, independentemente do valor de verdade do consequente da regra (que neste caso até é verdadeiro).

  Falta agora verificar se $\Gamma(\Omega)$ é mínimo. Suponhamos que existe um outro conjunto menor que $\Gamma(\Omega)$ que satisfaz estas três condições. Vamos chamar-lhe $A(\Omega)$ e considerar que $A(\Omega) = th(\{\})$ (obviamente, $A(\Omega) = th(\{\})$ é menor que $\Gamma(\Omega) = th(\{\neg A\})$). Falta agora verificar se $A(\Omega)$ satisfaz as condições 1. a 3.:

1. $\{\} \subset th(\{\})$ OK
2. $th(th(\{\})) = th(\{\})$ OK
3. Se $\frac{:A}{\neg A} \in \Psi$, $\{\} \in th(\{\})$, $\neg A \notin th(\{\neg A\})$, então ...
   (Reparar que agora $\Omega = th(\{\neg A\})$)
   Neste caso, temos uma implicação em que um dos antecedentes é falso. Por isso, a implicação é verdadeira, independentemente do valor de verdade do consequente da regra. Fica assim provado que $\Gamma(\Omega)$ não é mínimo. Logo, $\Omega = th(\{\neg A\})$ não pode ser extensão da teoria de omissão $(\{\frac{:A}{\neg A}\}, \{\})$.

- $th(\{\})$ pode ser extensão? (neste caso $\Omega = th(\{\})$ e $\Gamma(\Omega) = th(\{\})$)
  1. $\{\} \subset th(\{\})$ OK
  2. $th(th(\{\})) = th(\{\})$ OK
  3. Se $\frac{:A}{\neg A} \in \Psi$, $\{\} \in th(\{\})$, $\neg A \notin th(\{\})$, então $\neg A \in \Gamma(\Omega)$
     Neste caso, temos uma implicação em que cada um dos antecedentes é verdadeiro mas o consequente é falso, porque $\neg A \notin \Gamma(\Omega)$. Assim, a implicação é falsa, o que significa que esta condição não é satisfeita. Logo, $\Omega = th(\{\})$ não pode ser extensão da teoria de omissão $(\{\frac{:A}{\neg A}\}, \{\})$.

Como nenhuma das propostas de extensão podia ser extensão, esta teoria não tem extensões.

Através do método de verificação de extensões

- $th(\{\neg A\})$ pode ser extensão? $\epsilon = th(\{\neg A\})$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{\}$ A RO não é aplicável porque $\neg A \in \epsilon$
  $\vdots$
  Não é extensão porque $\epsilon \neq \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$
- $th(\{\})$ pode ser extensão? $\epsilon = th(\{\})$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{\neg A\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{\neg A\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  Não é extensão porque ϵ_2 já contém uma fbf que não pertence a ϵ. Logo, $\epsilon \neq \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

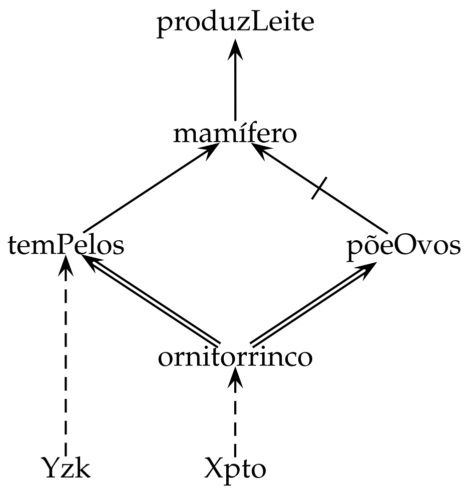
Como nenhuma das propostas de extensão podia ser extensão, esta teoria não tem extensões.

Nota: de forma semelhante podemos provar que a teoria de omissão $(\{\frac{:A}{\neg A}\}, \{A\})$ não tem extensões e que a teoria de omissão $(\{\frac{:A}{\neg A}\}, \{\neg A\})$ tem uma extensão que é $th(\{\neg A\})$.

Exercício 6.7 (AC+SP)
Considere as seguintes hierarquias, em que:
$a \Longrightarrow b$ significa que todos os *a*s são *b*s
$a \not\Longrightarrow b$ significa que nenhum *a* é um *b*
$a \longrightarrow b$ significa que normalmente os *a*s são *b*s
$a \not\longrightarrow b$ significa que normalmente os *a*s não são *b*s
$A \dashrightarrow b$ significa que este A é um *b*
$A \not\dashrightarrow b$ significa que este A não é um *b*

Para cada uma delas:
(a) Represente-a usando uma teoria de omissão da lógica de omissão do Reiter.
(b) Determine, pela via sintáctica, as extensões dessa teoria.
(c) Diga o que consegue concluir acerca de cada uma das instâncias, tendo em conta que pode existir mais do que uma extensão para essa teoria.

1.



(d) Explique se algumas destas conclusões podem ser invalidadas por nova informação.

Resposta:

(a) $(\{\frac{Mamifero(x):ProduzLeite(x)}{ProduzLeite(x)},$
$\frac{TemPelos(x):Mamifero(x)}{Mamifero(x)},$
$\frac{PoeOvos(x):\neg Mamifero(x)}{\neg Mamifero(x)}\},$
$\{\forall(x)[Ornitorrinco(x) \rightarrow TemPelos(x)],$
$\forall(x)[Ornitorrinco(x) \rightarrow PoeOvos(x)],$
$Ornitorrinco(Xpto),$
$TemPelos(Yzk)\})$

(b) Antes de começar a propor extensões, convém ter em atenção que
$th(\Delta) \supset \{TemPelos(Xpto), PoeOvos(Xpto)\}$.
$PExt1 = Th(\Delta \cup \{ \; Mamifero(Xpto), ProduzLeite(Xpto),$
$\qquad Mamifero(Yzk), ProduzLeite(Yzk)\})$
$PExt2 = Th(\Delta \cup \{\neg Mamifero(Xpto), Mamifero(Yzk), ProduzLeite(Yzk)\})$

- $\epsilon = PExt1$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{Mamifero(Xpto), Mamifero(Yzk)\}$
  $\epsilon_2 = \; th(\Delta \cup \{Mamifero(Xpto), Mamifero(Yzk)\}) \cup$
  $\qquad \{ProduzLeite(Xpto), ProduzLeite(Yzk)\}$
  $\epsilon_3 = th(\Delta \cup \{ \; Mamifero(Xpto), Mamifero(Yzk),$
  $\qquad ProduzLeite(Xpto), ProduzLeite(Yzk)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$
- $\epsilon = PExt2$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{\neg Mamifero(Xpto), Mamifero(Yzk)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{\neg Mamifero(Xpto), Mamifero(Yzk)\}) \cup \{ProduzLeite(Yzk)\}$

$\epsilon_3 = th(\Delta \cup \{\neg Mamifero(Xpto), Mamifero(Yzk), ProduzLeite(Yzk)\}) \cup \{\}$

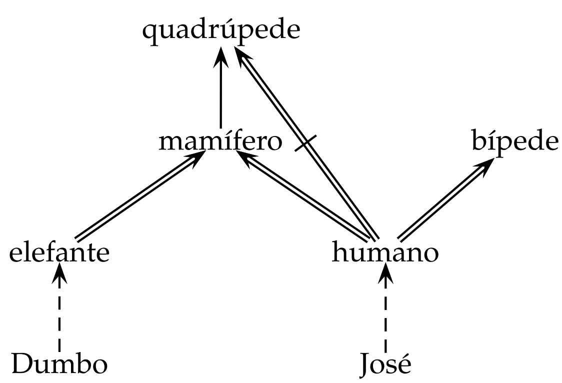
$\vdots$

É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

(c) Por um lado, podemos concluir que o Xpto é mamífero e produz leite e por outro que não é mamífero (e não sabemos nada acerca do facto de ele produzir leite ou não). Uma vez que esta informação é contraditória, vamos ter dois conjuntos de conclusões possíveis: ou o Xpto tem pelos, põe ovos, é mamífero e produz leite ou o Xpto tem pelos, põe ovos e não é mamífero. A LOR não permite escolher apenas um dos conjuntos de conclusões.
Em qualquer um dos conjuntos de conclusões possíveis, vamos sempre poder concluir que o Yzk tem pelos, é mamífero e produz leite.
Nota: Este exercício é particularmente interessante de resolver usando a semântica, pois deixa claro que se tentam sempre aplicar todas as regras de omissão a todas as instâncias.

(d)

2.



(d) Explique se algumas destas conclusões podem ser invalidadas por nova informação.

Resposta:

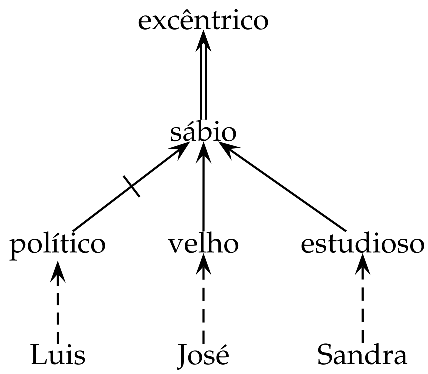
(a) $(\{\frac{Mamifero(x):Quadrupede(x)}{Quadrupede(x)}\},$
$\{\forall(x)[Elefante(x) \rightarrow Mamifero(x)],$
$\forall(x)[Humano(x) \rightarrow Mamifero(x)],$
$\forall(x)[Humano(x) \rightarrow \neg Quadrupede(x)],$
$\forall(x)[Humano(x) \rightarrow Bipede(x)],$
$Elefante(Dumbo),$
$Humano(Jose)\})$

(b)

(c) Podemos concluir que o Dumbo é mamífero e quadrúpede e que o José é mamífero, bípede e não é quadrúpede. Temos apenas um conjunto de conclusões possível.

(d)

3.



(d) Considere agora que a Sandra, para além de estudiosa, é também um político. Diga, justificando, como alteraria a representação efectuada na alínea anterior e o que pode agora concluir sobre o Luis, o José e a Sandra.

Resposta:

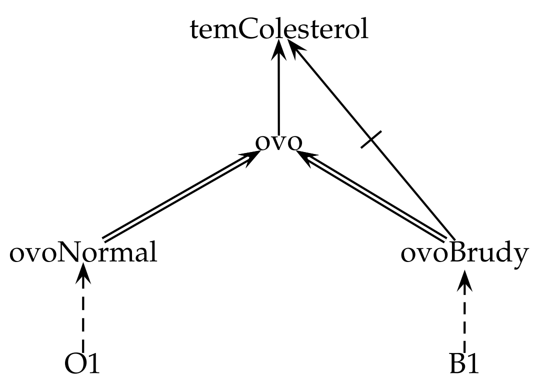
(a) $(\{\frac{Politico(x):\neg Sabio(x)}{\neg Sabio(x)},$
$\frac{Velho(x):Sabio(x)}{Sabio(x)},$
$\frac{Estudioso(x):Sabio(x)}{Sabio(x)}\},$
$\{\forall(x)[Sabio(x) \rightarrow Excentrico(x)],$
$Politico(Luis),$
$Velho(Jose),$
$Estudioso(Sandra)\})$

(b)

(c) Podemos concluir que a Sandra e o José são sábios e excêntricos, e que o Luis não é sábio.

(d) Para representar o facto que a Sandra é um político, é necessário acrescentar a fórmula $Politico(Sandra)$.
Agora é possível concluir para a Sandra (para o José e o Luis as conclusões são idênticas), por um lado, que é sábia e excêntrica, e por outro que não é sábia. Existem dois conjuntos de conclusões possíveis contraditórios. A lógica de omissão de Reiter não tem mecanismos para escolher entre eles.

4.



(d) Que alterações teria que fazer à hierarquia anterior para acrescentar o $C1$, que é um ovo de chocolate?

Resposta:

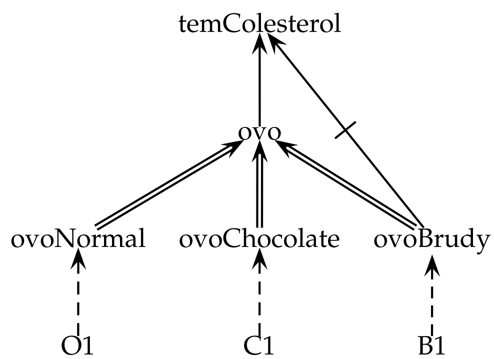
(a) $(\{\frac{Ovo(x):TemColesterol(x)}{TemColesterol(x)},$
$\frac{OvoBrudy(x):\neg TemColesterol(x)}{\neg TemColesterol(x)},\},$
$\{\forall(x)[OvoNormal(x) \rightarrow Ovo(x)]$

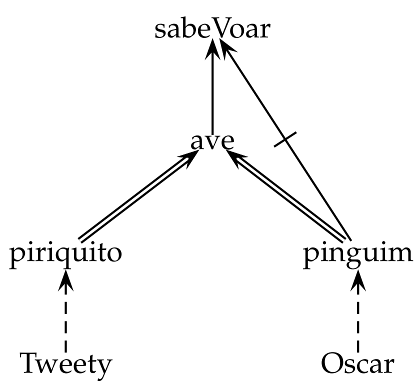
$\forall(x)[OvoBrudy(x) \rightarrow Ovo(x)]$
$OvoNormal(O1)$
$OvoBrudy(B1)\})$

(b) $PExt1 = Th(\Delta \cup \{TemColesterol(O1), TemColesterol(B1)\})$
$PExt2 = Th(\Delta \cup \{TemColesterol(O1), \neg TemColesterol(B1)\})$

- $\epsilon = PExt1$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{TemColesterol(O1), TemColesterol(B1)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{TemColesterol(O1), TemColesterol(B1)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$
- $\epsilon = PExt2$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{TemColesterol(O1), \neg TemColesterol(B1)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{TemColesterol(O1), \neg TemColesterol(B1)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

(c) Temos dois conjuntos de conclusões possíveis, correspondentes às extensões da alínea anterior. Num deles, tanto o O1 como o B1 têm colesterol; no outro, o O1 tem colesterol mas o B1 não tem. A LOR não nos permite escolher entre eles.

(d)


5.


(d) Que alterações teria que fazer à hierarquia anterior para acrescentar o *Aviador*, que é um pinguim australiano, sabendo que os pinguins australianos são pinguins que sabem voar?
(Basta alterar o desenho do enunciado.)

Resposta:

(a) $(\{\frac{Ave(x) : SabeVoar(x)}{SabeVoar(x)}$,
$\frac{Pinguim(x) : \neg SabeVoar(x)}{\neg SabeVoar(x)}, \}$,

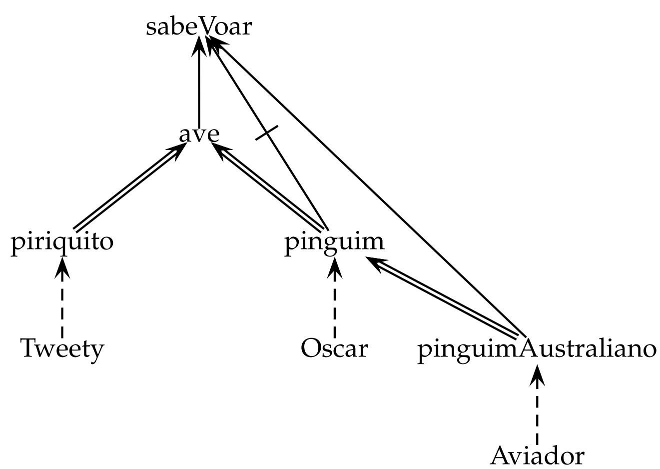
$\{\forall(x)[Piriquito(x) \rightarrow Ave(x)]$
$\forall(x)[Pinguim(x) \rightarrow Ave(x)]$
$Piriquito(Tweety)$
$Pinguim(Oscar)\})$

(b) $PExt1 = Th(\Delta \cup \{SabeVoar(Tweety), SabeVoar(Oscar)\})$
$PExt2 = Th(\Delta \cup \{SabeVoar(Tweety), \neg SabeVoar(Oscar)\})$

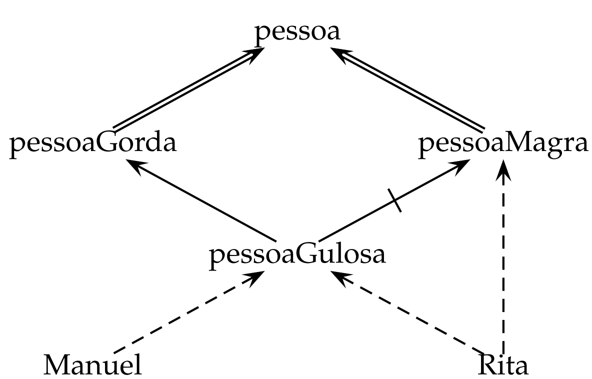
- $\epsilon = PExt1$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{SabeVoar(Tweety), SabeVoar(Oscar)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{SabeVoar(Tweety), SabeVoar(Oscar)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$
- $\epsilon = PExt2$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{SabeVoar(Tweety), \neg SabeVoar(Oscar)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{SabeVoar(Tweety), \neg SabeVoar(Oscar)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

(c) Temos dois conjuntos de conclusões possíveis, correspondentes às extensões da alínea anterior. Num deles, o tanto o Tweety como o Oscar sabem voar; no outro, o Tweety sabe voar mas o Oscar não sabe. A LOR não nos permite escolher entre eles.

(d)



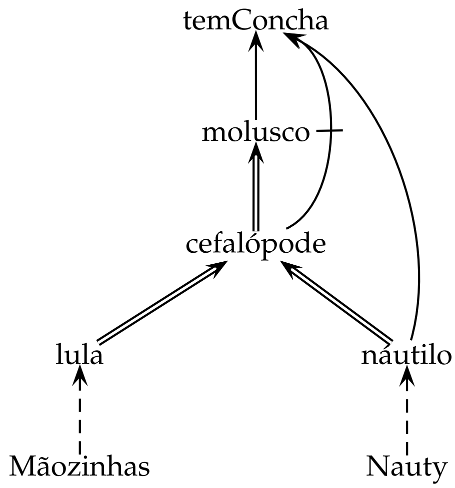
6.



(d) Explique se algumas destas conclusões podem ser invalidadas por nova informação.

Resposta:

7.



(d) Diga qual o conjunto de conclusões que prefere. Diga como deveria alterar a representação anterior para que apenas existisse esse conjunto de conclusões. Se não o conseguir fazer, explique porque é que não consegue.

Resposta:

Exercício 6.8 (?)

Considere as seguintes listas de afirmações. Para cada uma delas:
(a) Represente-a usando uma teoria de omissão da lógica de omissão do Reiter.
(b) Determine, pela via sintáctica, as extensões dessa teoria.
(c) Diga o que consegue concluir acerca de cada uma das instâncias, tendo em conta que pode existir mais do que uma extensão para essa teoria.

1. Tipicamente, os Italianos são católicos.

   Normalmente, os católicos vão à missa.

   Normalmente os comunistas não são católicos.

   O Giuseppe é Italiano.

   O Giuseppe é comunista.

(d) Altere uma ou mais das regras de omissão dessa teoria, de forma a que passe a ter apenas uma extensão, na qual o Giuseppe não é católico.

Resposta:

(a) $(\{\frac{Italiano(x):Catolico(x)}{Catolico(x)}, \frac{Catolico(x):VaiAMissa(x)}{VaiAMissa(x)}, \frac{Comunista(x):\neg Catolico(x)}{\neg Catolico(x)}\}, \{Italiano(Giuseppe), Comunista(Giuseppe)\})$

(b) $PExt1 = th(\Delta \cup \{Catolico(Giuseppe), VaiAMissa(Giuseppe)\})$
$PExt2 = th(\Delta \cup \{\neg Catolico(Giuseppe)\})$

- $\epsilon = PExt1$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{Catolico(Giuseppe)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{Catolico(Giuseppe)\}) \cup \{VaiAMissa(Giuseppe)\}$
  $\epsilon_3 = th(\Delta \cup \{Catolico(Giuseppe), VaiAMissa(Giuseppe)\}) \cup \{\}$

$\vdots$

É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

- $\epsilon = PExt2$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{\neg Catolico(Giuseppe)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{\neg Catolico(Giuseppe)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

(c) Podemos concluir, por um lado, que o Giuseppe é católico e que vai à missa, e por outro que o Giuseppe não é católico. Não existe modo, na lógica de omissão de Reiter, de escolher entre um conjunto de conclusões e o outro.

(d) Para conseguirmos ficar apenas com uma extensão, devemos alterar a primeira regra de omissão, transformando-a na regra semi-normal que se segue:
$\frac{Italiano(x):Catolico(x) \wedge \neg Comunista(x)}{Catolico(x)}$
A regra deixa assim de poder ser aplicada ao Giuseppe, e ficamos apenas com a extensão em que o Giuseppe não é católico.

2. Normalmente, as aves voam, a não ser que sejam pinguins.

   Normalmente, os pinguins não voam.

   Todos os pinguins são aves.

   O Piupiu é um pinguim.

(d) Quais destas conclusões podem ser invalidadas por nova informação? Porquê?

Resposta:

(a) $(\{\frac{Ave(x):Voa(x) \wedge \neg Pinguim(x)}{Voa(x)}$,
$\frac{Pinguim(x):\neg Voa(x)}{\neg Voa(x)}\}$,
$\{\forall(x)[Pinguim(x) \rightarrow Ave(x)]$,
$Pinguim(Piupiu)\})$

(b) $PExt1 = th(\Delta \cup \{Voa(Piupiu)\})$
Não pode ser extensão, porque neste caso a regra de omissão nunca vai ser aplicável ao Piupiu.
$PExt2 = th(\Delta \cup \{\neg Voa(Piupiu)\})$
$\epsilon = PExt2$
$\epsilon_0 = \Delta$
$\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{\neg Voa(Piupiu)\}$
$\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{\neg Voa(Piupiu)\}) \cup \{\}$
$\vdots$
É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

(c) Podemos concluir que ele é uma ave e que não voa.

(d) Pode ser invalidado que ele não voa, porque é uma conclusão de uma regra de omissão. Não pode ser invalidado que ele é uma ave porque foi derivado a partir de uma regra universal.

3. Normalmente, a seguir ao jantar, o filho do Nuno usa o computador, a não ser que o Nuno o esteja a usar.

   Normalmente, a seguir ao jantar, o Nuno usa o computador.

Estamos a seguir ao jantar (agora).

Nota: considere que existe o predicado *Usa*, de três argumentos, em que o primeiro é o que é que está a ser usado, o segundo é quem é que o está a usar, e o terceiro é quando é que está a ser usado.

Resposta:

(a) $(\{\frac{SegJantar(x):Usa(Comp,filho(Nuno),x) \wedge \neg Usa(Comp,Nuno,x)}{Usa(Comp,filho(Nuno),x)}$,
$\frac{SegJantar(x):Usa(Comp,Nuno,x)}{Usa(Comp,Nuno,x)}\}$,
$\{SegJantar(Agora)\})$

(b) $PExt1 = th(\Delta \cup \{Usa(Comp, filho(Nuno), Agora), Usa(Comp, Nuno, Agora)\})$
$PExt2 = th(\Delta \cup \{Usa(Comp, Nuno, Agora)\})$
$PExt3 = th(\Delta \cup \{Usa(Comp, filho(Nuno), Agora)\})$

- $\epsilon = PExt1$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{Usa(Comp, Nuno, Agora)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{Usa(Comp, Nuno, Agora)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  Não pode ser extensão porque $\epsilon \neq \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$
- $\epsilon = PExt2$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{Usa(Comp, Nuno, Agora)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{Usa(Comp, Nuno, Agora)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$
- $\epsilon = PExt3$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{Usa(Comp, Nuno, Agora), Usa(Comp, filho(Nuno), Agora)\}$
  Não pode ser extensão porque ϵ_1 já contém uma fbf que não pertence a ϵ.

(c) Podemos concluir que é o Nuno que está a usar o computador agora.

4. Normalmente, quando alguém faz anos, os amigos dão-lhe presentes, a não ser que não saibam.

   Normalmente, os amigos afastados não sabem quando é que os amigos fazem anos.

   Os amigos afastados são amigos.

   O Zé faz anos.

   O António é amigo do Zé.

   O Pedro é amigo afastado do Zé.

Nota: considere que existe o predicado $SabeFazAnos(x, y)$, que significa que x sabe que y faz anos.

Resposta:

(a) $(\{\frac{FazAnos(x) \wedge Amigo(x,y):DaPresente(y,x) \wedge SabeFazAnos(y,x)}{DaPresente(y,x)}$,
$\frac{AmigoAfastado(y,x):\neg SabeFazAnos(y,x)}{\neg SabeFazAnos(y,x)}\}$,
$\{\forall(x)[AmigoAfastado(x, y) \rightarrow Amigo(x, y)]$,
$FazAnos(Ze)$,
$Amigo(Antonio, Ze)$,
$AmigoAfastado(Pedro, Ze)\})$

(b) $PExt1 = th(\Delta \cup \{DP(Ant, Ze), DP(Pedro, Ze), \neg SFA(Pedro, Ze)\})$
$PExt2 = th(\Delta \cup \{DP(Ant, Ze), \neg SFA(Pedro, Ze)\})$

- $\epsilon = PExt1$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{DP(Ant, Ze), \neg SFA(Pedro, Ze)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{DP(Ant, Ze), \neg SFA(Pedro, Ze)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  Não pode ser extensão porque $\epsilon \neq \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$
- $\epsilon = PExt2$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{DP(Ant, Ze), \neg SFA(Pedro, Ze)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{DP(Ant, Ze), \neg SFA(Pedro, Ze)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

(c) Temos apenas uma extensão, onde podemos concluir que o António dá presentes ao Zé e que o Pedro não sabe que o Zé faz anos. Em relação ao Pedro, não vamos poder concluir se ele dá ou não presentes ao Zé, uma vez que não temos nenhuma regra que diga que quem não sabe que alguém faz anos não lhe dá presentes.

5. Normalmente, os cônjuges vivem juntos, a não ser que trabalhem em cidades diferentes.

Normalmente, os cônjuges não trabalham em cidades diferentes.

Normalmente, os cônjuges de um casal de embaixadores trabalham em cidades diferentes.

O Zé é embaixador(a).

A Mariana é embaixador(a).

O Zé e a Mariana são casados um com o outro (isto é, são cônjuges um do outro).

(d) Explique se algumas destas conclusões podem ser invalidadas por nova informação.

Nota: considere que existe o predicado $TraCidDif(x, y)$, que significa que x e y trabalham em cidades diferentes.

Resposta:

(a) $(\{\frac{Casados(x,y) : VivemJuntos(x,y) \wedge \neg TraCidDif(x,y)}{VivemJuntos(x,y)},$
$\frac{Casados(x,y) : \neg TraCidDif(x,y)}{\neg TraCidDif(x,y)},$
$\frac{Casados(x,y) \wedge Emb(x) \wedge Emb(y) : TraCidDif(x,y)}{TraCidDif(x,y)}\},$
$\{Emb(Ze),$
$Emb(Mariana),$
$Casados(Ze, Mariana)\})$

(b) $PExt1 = th(\Delta \cup \{\neg TraCidDif(Ze, Mariana), VivemJuntos(Ze, Mariana)\})$
$PExt2 = th(\Delta \cup \{TraCidDif(Ze, Mariana)\})$

- $\epsilon = PExt1$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{\neg TraCidDif(Ze, Mariana), VivemJuntos(Ze, Mariana)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{\neg TraCidDif(Ze, Mariana), VivemJuntos(Ze, Mariana)\}) \cup \{\}$

$\vdots$

É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

- $\epsilon = PExt2$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{TraCidDif(Ze, Mariana)\}$
  $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{TraCidDif(Ze, Mariana)\}) \cup \{\}$
  $\vdots$
  É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

(c) Temos dois conjuntos de conclusões possíveis, correspondentes às extensões da alínea anterior. Num deles, o Zé e a Mariana vivem juntos e não trabalham em cidades diferentes; no outro, o Zé e a Mariana trabalham em cidades diferentes. A LOR não nos permite escolher entre eles.

(d) Todas as conclusões que foram mencionadas na alínea anterior podem ser invalidadas por nova informação, porque todas elas foram derivadas com base em pelo menos uma regra de omissão. As conclusões que não podem ser invalidadas devem depender apenas de fórmulas de Δ.

Exercício 6.9 (AC)
Represente as seguintes afirmações usando a lógica de omissão de Reiter:

1. Tipicamente, quando alguem faz anos, os seus amigos dão-lhe presentes.
2. Os acusados são assumidos inocentes até prova em contrário.
3. As crianças normalmente recebem presentes excepto se tiverem sido más.
4. Em geral, os livros são caros.
5. Até prova em contrário, a melhor solução encontrada até agora é a melhor solução.
6. Normalmente, os polícias são honestos.
7. Tipicamente os programas de computador são pirateados.
8. Normalmente, os católicos vão à missa no Domingo excepto se houver jogo de futebol.
9. A reunião é na quarta-feira excepto se for desmarcada.
10. Normalmente, as pessoas não têm irmãos mais velhos.
11. A rede normalmente está lenta, a não ser que seja fim-de-semana.
12. Quando está sol, é normalmente um bom dia de praia.

Resposta:

1. $\frac{FazAnos(x) \wedge Amigo(y,x) : DaPresente(y,x)}{DaPresente(y.x)}$
   ou
   $\frac{FazAnos(x) : DaoPresentes(Amigos,x)}{DaoPresentes(Amigos,x)}$

2. $\frac{Acusado(x):Inocente(x)}{Inocente(x)}$

3. $\frac{Crianca(x):\neg Ma(x)\wedge RecebePresentes(x)}{RecebePresentes(x)}$

4. $\frac{Livro(x):Caro(x)}{Caro(x)}$

5. $\frac{MelhorSolAteAoMomento(x):MelhorSol(x)}{MelhorSol(x)}$

6. $\frac{Policia(x):Honesto(x)}{Honesto(x)}$

7. $\frac{Programa(x):Pirateado(x)}{Pirateado(x)}$

8. $\frac{Catolico(x):VaiAMissa(x,Domingo)\wedge\neg HaJogo(Domingo)}{VaiAMissa(x,Domingo)}$

9. $\frac{:ReuniaoQuartaFeira()}{ReuniaoQuartaFeira}$

10. $\frac{Pessoa(x):\neg TemIrmaoMaisVelho(x)}{\neg TemIrmaoMaisVelho(x)}$

11. $\frac{:Lenta(Rede)\wedge\neg FimDeSemana}{Lenta(Rede)}$
    ou
    $\frac{:RedeLenta\wedge\neg FimDeSemana}{RedeLenta}$

12. $\frac{Dia(x)\wedge EstaSol(x):DiaDePraia(x)}{DiaDePraia(x)}$

Exercício 6.10 (AC)
Considere as seguintes teorias da lógica da omissão de Reiter:

- $\mathcal{T}_1 = (\Psi_1, \Delta)$, onde $\Psi_1 = \{\frac{A:B,C}{D}\}$ e $\Delta = \{A, \neg B \vee \neg C\}$
- $\mathcal{T}_2 = (\Psi_2, \Delta)$, onde $\Psi_2 = \{\frac{A:B\wedge C}{D}\}$ e $\Delta = \{A, \neg B \vee \neg C\}$

Determine, pela via sintáctica, as extensões de cada uma delas.

Resposta:

- Para $\mathcal{T}_1$:
  $PExt1 = th(\Delta)$
  $PExt2 = th(\Delta \cup \{D\})$
  - $\epsilon = PExt1$
    $\epsilon_0 = \Delta$
    $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{D\}$
    Não pode ser extensão porque ϵ_1 já contém uma fbf que não pertence a ϵ. Logo, $\epsilon \neq \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$
  - $\epsilon = PExt2$
    $\epsilon_0 = \Delta$
    $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{D\}$
    $\epsilon_2 = th(\Delta \cup \{D\}) \cup \{\}$
    $\vdots$
    É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$
- Para $\mathcal{T}_2$:
  Temos as mesmas propostas de extensão.

- $\epsilon = PExt1$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{\}$
  $\vdots$
  É extensão porque $\epsilon = \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$
- $\epsilon = PExt2$
  $\epsilon_0 = \Delta$
  $\epsilon_1 = th(\Delta) \cup \{\}$
  $\vdots$
  Não é extensão porque $\epsilon \neq \bigcup_{i=0}^{\infty} \epsilon_i$

Exercício 6.11 (AC)
Considere a seguinte teoria da lógica da omissão de Reiter:

$\mathcal{T} = (\Psi, \Delta)$, onde $\Psi = \{\frac{A:B}{C}\}$ e $\Delta = \{A, \neg C\}$

Determine, pela via sintáctica, as suas extensões.

Resposta:

Exercício 6.12 (JPM)
Explique o que é uma regra de omissão na Lógica de Omissão e qual o seu significado.

Resposta:

Uma regra de omissão na Lógica de Omissão é uma regra de inferência da forma $\frac{\alpha(\vec{x}):\beta_1(\vec{x}),\ldots,\beta_m(\vec{x})}{\gamma(\vec{x})}$, em que $\alpha(\vec{x})$ é o antecedente, $\beta_1(\vec{x}), \ldots, \beta_m(\vec{x})$ são as justificações e $\gamma(\vec{x})$ é a conclusão. Todas elas são fbfs da lógica de primeira ordem cujas variáveis livres pertencem ao vector $\vec{x} = (x_1, \ldots, x_n)$.

Esta regra significa que, de $\alpha(\vec{x_o})$, se for consistente assumir $\beta_1(\vec{x_o}), \ldots, \beta_m(\vec{x_o})$, podemos inferir $\gamma(\vec{x_o})$.

Uma regra de omissão corresponde a uma sugestão de como estender o nosso conhecimento e serve para representar conhecimento típico, como por exemplo, que normalmente as aves voam: $\frac{ave(x):voa(x)}{voa(x)}$.

Exercício 6.13 (SP)
Como representar conhecimento do tipo procedimental na lógica da omissão?

Resposta:

Não é possível. As lógicas apenas permitem a representação declarativa do conhecimento.

Exercício 6.14 (AC+SP)
Suponha que quer representar conhecimento sobre relações de parentesco na LOReiter, nomeadamente para deduzir quando é que alguém é tio ou tia de alguém. Quais as alterações a introduzir à sua resposta a este mesmo problema quando resolvido em LPO?

Resposta:

Nenhumas. Estamos a considerar definições, por isso representamo-las com regras universais.

Exercício 6.15 (JPM)
Descreva duas situações do mundo real em que o raciocínio por omissão é utilizado e traduza as regras correspondentes para a LOReiter.

Resposta:

Exercício 6.16 (JPM)
Quais os problemas que as lógicas não monótonas abordam? Qual a razão porque a lógica clássica não pode resolver estes problemas?

Resposta:

As lógicas não monótonas tentam modelar o raciocínio de senso comum. Este tipo de raciocínio caracteriza-se pela possibilidade de "saltar para conclusões" que não são certas, mas que são razoáveis dado o conhecimento (possivelmente incompleto) de que dispomos. Se mais tarde chegar nova informação que contrarie alguma destas conclusões, ela vai ter que ser invalidada.

Assim, as lógicas não monótonas abordam a derivação de novo conhecimento com base na ausência de informação e como é que esse conhecimento pode ser invalidado face a informação que o contrarie.

A lógica clássica não consegue abordar este tipo de raciocínio precisamente por ser monótona, isto é, novo conhecimento nunca pode invalidar conhecimento derivado anteriormente. Por esta razão, também não pode permitir a derivação de conhecimento que não seja certo, nem se pode basear em conhecimento incompleto acerca do domínio para "saltar para novas conclusões".

Exercício 6.17 (AC+SP+?)
Determine as extensões das teorias de omissão seguintes pela via semântica:

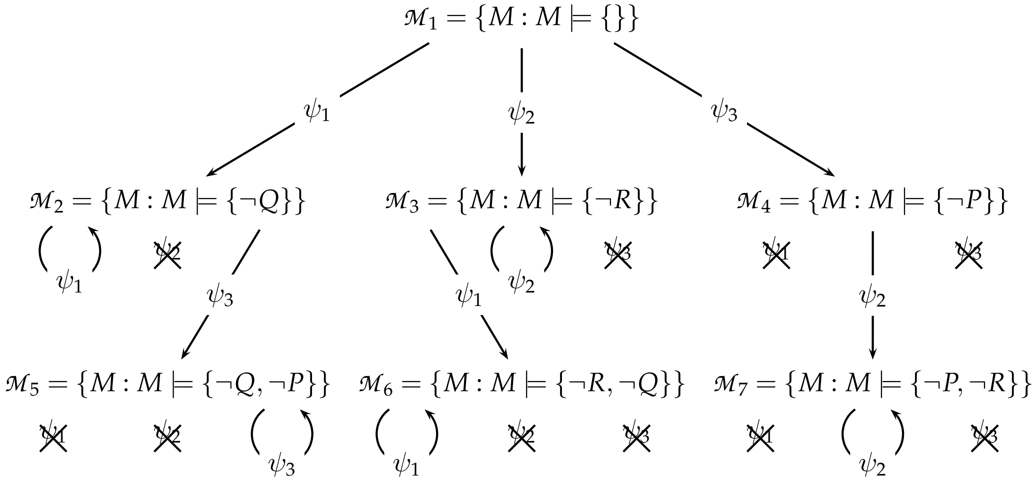
1. $\mathcal{T}_1 = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{\})$
   $\psi_1 = \frac{: P \wedge \neg Q}{\neg Q}$, $\psi_2 = \frac{: Q \wedge \neg R}{\neg R}$, $\psi_3 = \frac{: R \wedge \neg P}{\neg P}$
2. $\mathcal{T}_2 = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{P\})$
   $\psi_1 = \frac{P : Q}{Q}$, $\psi_2 = \frac{Q : R}{Q}$, $\psi_3 = \frac{Q : \neg R}{\neg R}$
3. $\mathcal{T}_3 = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{Universitario(Rui), Adulto(Ze)\})$
   $\psi_1 = \frac{Universitario(x) : Adulto(x)}{Adulto(x)}$, $\psi_2 = \frac{Adulto(x) : Empregado(x) \wedge \neg Universitario(x)}{Empregado(x)}$
4. $\mathcal{T}_4 = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{P \rightarrow \neg Q, Q \rightarrow \neg R\})$
   $\psi_1 = \frac{: P}{P}$, $\psi_2 = \frac{: Q \wedge R}{Q}$, $\psi_3 = \frac{: R}{R}$
5. $\mathcal{T}_5 = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{P, Q\})$
   $\psi_1 = \frac{P : R \wedge \neg S}{R}$, $\psi_2 = \frac{Q : S}{S}$
6. $\mathcal{T}_6 = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{P\})$
   $\psi_1 = \frac{P : Q}{Q}$, $\psi_2 = \frac{P : Q, \neg Q}{R}$

7. $\mathcal{T}_7 = (\{\psi_1\}, \{\})$
   $\psi_1 = \frac{:P}{\neg P}$

8. $\mathcal{T}_8 = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{P \vee Q\})$
   $\psi_1 = \frac{:\neg P}{\neg P}$, $\psi_2 = \frac{:\neg Q}{\neg Q}$

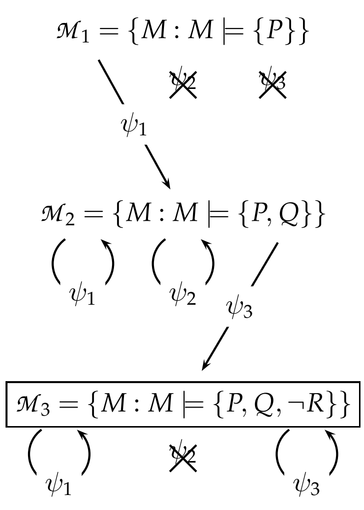
Resposta:

1. $\mathcal{T}_1 = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{\})$
   $\psi_1 = \frac{:P \wedge \neg Q}{\neg Q}$, $\psi_2 = \frac{:Q \wedge \neg R}{\neg R}$, $\psi_3 = \frac{:R \wedge \neg P}{\neg P}$



   Como não existe nenhum conjunto de modelos que seja máximo e estável, esta teoria não tem extensões.

2. $\mathcal{T}_2 = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{P\})$
   $\psi_1 = \frac{P:Q}{Q}$, $\psi_2 = \frac{Q:R}{Q}$, $\psi_3 = \frac{Q:\neg R}{\neg R}$



   Como $\mathcal{M}_3$ é máximo e estável (porque é possível chegar a $\mathcal{M}_3$ sem aplicar ψ_2), é modelo de uma extensão da teoria.
   A extensão é $th(\{P, Q, \neg R\})$.

3. $\mathcal{T}_3 = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{Universitario(Rui), Adulto(Ze)\})$

   $\psi_1 = \frac{Universitario(x):Adulto(x)}{Adulto(x)}$, $\psi_2 = \frac{Adulto(x):Empregado(x) \wedge \neg Universitario(x)}{Empregado(x)}$

$$
\begin{tikzcd}
 & \mathcal{M}_1 = \{M : M \models \{U(Rui), A(Ze)\}\} \arrow[dl, "\psi_{1,x/Rui}"'] \arrow[dr, "\psi_{2,x/Ze}"] \arrow[d, phantom, "\cancel{\psi_{1,x/Ze}\,\psi_{2,x/Rui}}"] & \\
\mathcal{M}_2 = \{M : M \models \{U(Rui), A(Ze), A(Rui)\}\} \arrow[loop below, "\psi_{1,x/Rui}"] \arrow[dr, "\psi_{2,x/Ze}"'] \arrow[r, phantom, "\cancel{\psi_{1,x/Ze}\,\psi_{2,x/Rui}}"] & & \mathcal{M}_3 = \{M : M \models \{U(Rui), A(Ze), E(Ze)\}\} \arrow[loop below, "\psi_{2,x/Ze}"] \arrow[dl, "\psi_{1,x/Rui}"] \arrow[l, phantom, "\cancel{\psi_{1,x/Ze}\,\psi_{2,x/Rui}}"'] \\
 & \boxed{\mathcal{M}_4 = \{M : M \models \{U(Rui), A(Ze), A(Rui), E(Ze)\}\}} \arrow[loop left, "\psi_{1,x/Rui}"] \arrow[loop right, "\psi_{2,x/Ze}"] \arrow[loop below, phantom, "\cancel{\psi_{1,x/Ze}\,\psi_{2,x/Rui}}"] &
\end{tikzcd}
$$

   Como $\mathcal{M}_4$ é máximo e estável, é modelo de uma extensão da teoria.
   A extensão é $th(\{U(Rui), A(Ze), A(Rui), E(Ze)\})$.

4. $\mathcal{T}_4 = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{P \to \neg Q, Q \to \neg R\})$

   $\psi_1 = \frac{:P}{P}$, $\psi_2 = \frac{:Q \wedge R}{Q}$, $\psi_3 = \frac{:R}{R}$

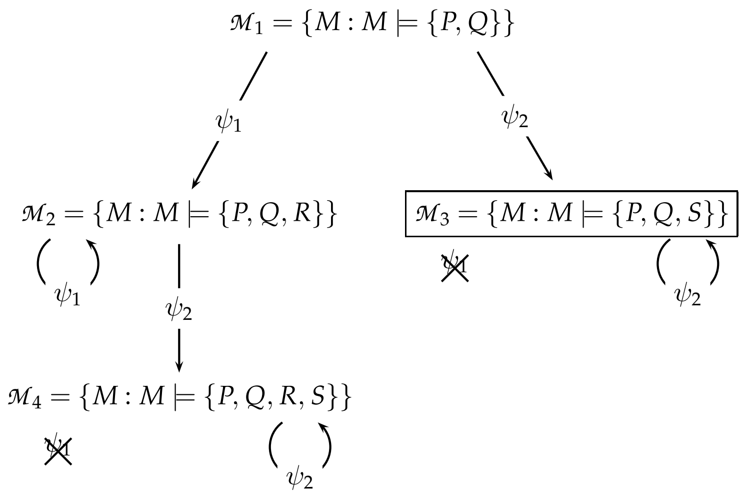
$$
\begin{tikzcd}
 & \mathcal{M}_1 = \{M : M \models \{P \to \neg Q, Q \to \neg R\}\} \arrow[dl, "\psi_1"'] \arrow[dr, "\psi_3"] \arrow[d, phantom, "\cancel{\psi_2}"] & \\
\mathcal{M}_2 = \{M : M \models \{P \to \neg Q, Q \to \neg R, P, \neg Q\}\} \arrow[loop below, "\psi_1"] \arrow[dr, "\psi_3"'] \arrow[r, phantom, "\cancel{\psi_2}"] & & \mathcal{M}_3 = \{M : M \models \{P \to \neg Q, Q \to \neg R, R, \neg Q\}\} \arrow[loop below, "\psi_3"] \arrow[dl, "\psi_1"] \arrow[l, phantom, "\cancel{\psi_2}"'] \\
 & \boxed{\mathcal{M}_4 = \{M : M \models \{P \to \neg Q, Q \to \neg R, P, \neg Q, R\}\}} \arrow[loop left, "\psi_1"] \arrow[loop right, "\psi_3"] \arrow[loop below, phantom, "\cancel{\psi_2}"] &
\end{tikzcd}
$$

   Como o conjunto de modelos $\mathcal{M}_4$ é máximo e estável, é modelo de uma extensão da teoria.

   A extensão é $th(\{P \to \neg Q, Q \to \neg R, P, \neg Q, R\})$.

5. $\mathcal{T}_5 = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{P, Q\})$

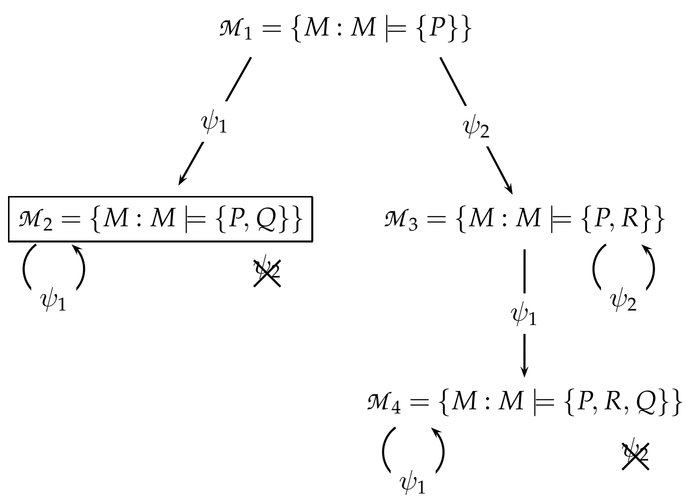
$\psi_1 = \frac{P:R\wedge\neg S}{R}$, $\psi_2 = \frac{Q:S}{S}$



Como $\mathcal{M}_3$ é máximo e estável, é modelo de uma extensão da teoria.
A extensão é $th(\{P, Q, S\})$.

6. $\mathcal{T}_6 = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{P\})$

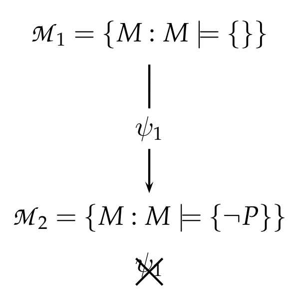
   $\psi_1 = \frac{P:Q}{Q}$, $\psi_2 = \frac{P:Q,\neg Q}{R}$



Como $\mathcal{M}_2$ é máximo e estável, é modelo de uma extensão da teoria.
A extensão é $th(\{P, Q\})$.

7. $\mathcal{T}_7 = (\{\psi_1\}, \{\})$

   $\psi_1 = \frac{:P}{\neg P}$



Como não existe nenhum conjunto de modelos que seja máximo e estável, esta teoria não tem extensões.

8. $\mathcal{T}_8 = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{P \vee Q\})$
   $\psi_1 = \frac{:\neg P}{\neg P}$, $\psi_2 = \frac{:\neg Q}{\neg Q}$

$$\begin{tikzcd}
& \mathcal{M}_1 = \{M : M \models \{P \vee Q\}\} \arrow[dl, "\psi_1"'] \arrow[dr, "\psi_2"] & \\
\boxed{\mathcal{M}_2 = \{M : M \models \{P \vee Q, \neg P, Q\}\}} \arrow[loop below, "\psi_1"] & \cancel{\psi_2} \qquad \cancel{\psi_1} & \boxed{\mathcal{M}_3 = \{M : M \models \{P \vee Q, \neg Q, P\}\}} \arrow[loop below, "\psi_2"]
\end{tikzcd}$$

Como $\mathcal{M}_2$ e $\mathcal{M}_3$ são máximos e estáveis, são modelos de extensões da teoria.
As extensões são $th(\{P \vee Q, \neg P, Q\})$ e $th(\{P \vee Q, \neg Q, P\})$.

Exercício 6.18 (AC)
Determine as extensões das teorias de omissão seguintes pela via semântica:

1. $\mathcal{T}_9 = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{\neg P \vee \neg Q\})$
   $\psi_1 = \frac{:\neg P}{\neg P}$, $\psi_2 = \frac{:\neg Q}{\neg Q}$
2. $\mathcal{T}_{10} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{Q \to (\neg P \wedge R)\})$
   $\psi_1 = \frac{:P}{P}$, $\psi_2 = \frac{:Q}{Q}$, $\psi_3 = \frac{:R}{R}$
3. $\mathcal{T}_{11} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4\}, \{S \to P, S \vee Q\})$
   $\psi_1 = \frac{P \vee Q : P \wedge Q}{P \wedge Q}$, $\psi_2 = \frac{P \leftrightarrow Q : P \to R}{P \to R}$, $\psi_3 = \frac{Q \wedge R : S}{S}$, $\psi_4 = \frac{:\neg Q}{\neg Q}$
4. $\mathcal{T}_{12} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4\}, \{P, S\})$
   $\psi_1 = \frac{P : Q}{Q}$, $\psi_2 = \frac{S : T}{T}$, $\psi_3 = \frac{Q \wedge T : R \wedge U}{R \wedge U}$, $\psi_4 = \frac{:\neg R}{\neg R}$
5. $\mathcal{T}_{13} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{P, S, U\})$
   $\psi_1 = \frac{P : Q \wedge \neg R}{Q}$, $\psi_2 = \frac{S : R \wedge \neg T}{R}$, $\psi_3 = \frac{U : T \wedge \neg Q}{T}$
6. $\mathcal{T}_{14} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{P\})$
   $\psi_1 = \frac{P : Q \wedge R}{Q \wedge R}$, $\psi_2 = \frac{P : Q, \neg Q}{R}$, $\psi_3 = \frac{P \wedge R : Q}{Q}$
7. $\mathcal{T}_{15} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{P\})$
   $\psi_1 = \frac{P : Q}{R}$, $\psi_2 = \frac{R : P}{\neg Q}$, $\psi_3 = \frac{: P \wedge R}{R \wedge \neg Q}$
8. $\mathcal{T}_{16} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{V \to A, V \to C, H, P\})$
   $\psi_1 = \frac{H : V}{V}$, $\psi_2 = \frac{P : \neg A}{\neg A}$, $\psi_3 = \frac{P : C}{C}$
9. $\mathcal{T}_{17} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{Q\})$
   $\psi_1 = \frac{: P, \neg P}{P}$, $\psi_2 = \frac{Q : R}{R}$, $\psi_3 = \frac{R : \neg P}{\neg P}$
10. $\mathcal{T}_{18} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{\neg P \vee \neg Q, \neg P \to R, S\})$
    $\psi_1 = \frac{S : P \wedge R}{P}$, $\psi_2 = \frac{:\neg P}{Q}$, $\psi_3 = \frac{S : Q}{Q}$

11. $\mathcal{T}_{19} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{P \vee Q, P \rightarrow R\})$
$\psi_1 = \frac{:P}{\neg R}$, $\psi_2 = \frac{P:Q}{Q}$, $\psi_3 = \frac{:R \wedge Q}{R \wedge Q}$

12. $\mathcal{T}_{20} = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{A, B, C\})$
$\psi_1 = \frac{Morcego(x):Fdd(x,Voar)}{Fdd(x,Voar)}$, $\psi_2 = \frac{Mamifero(x):Fdd(x,Andar)}{Fdd(x,Andar)}$,
$A = Morcego(Vampy)$,
$B = \forall(x)[Morcego(x) \rightarrow Mamifero(x)]$,
$C = \forall(x)[Fdd(x, Andar) \leftrightarrow \neg Fdd(x, Voar)]$

13. $\mathcal{T}_{21} = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{A, B, C\})$
$\psi_1 = \frac{Estudioso(x):Sabio(x)}{Sabio(x)}$, $\psi_2 = \frac{Politico(x):\neg Sabio(x)}{\neg Sabio(x)}$,
$A = \forall(x)[Sabio(x) \rightarrow Excentrico(x)]$, $B = Estudioso(Luis)$, $C = Politico(Luis)$

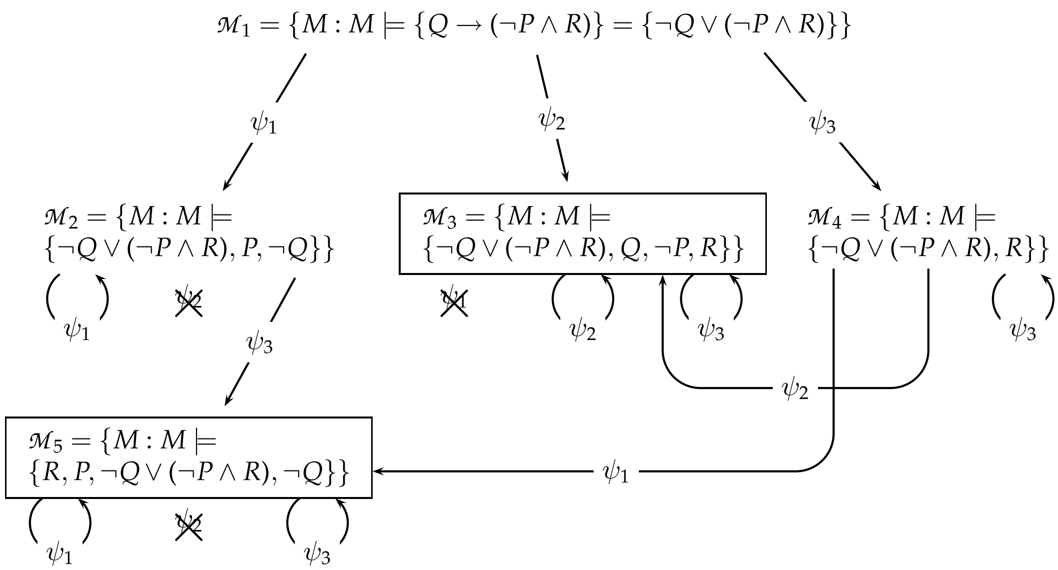
Resposta:

1. $\mathcal{T}_9 = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{\neg P \vee \neg Q\})$
$\psi_1 = \frac{:\neg P}{\neg P}$, $\psi_2 = \frac{:\neg Q}{\neg Q}$

$$\begin{tikzcd}
 & \mathcal{M}_1 = \{M : M \models \{\neg P \vee \neg Q\}\} \arrow[dl, "\psi_1"'] \arrow[dr, "\psi_2"] & \\
\mathcal{M}_2 = \{M : M \models \{\neg P \vee \neg Q, \neg P\}\} \arrow[loop below, "\psi_1"] \arrow[dr, "\psi_2"] & & \mathcal{M}_3 = \{M : M \models \{\neg P \vee \neg Q, \neg Q\}\} \arrow[loop below, "\psi_2"] \arrow[dl, "\psi_1"'] \\
 & \boxed{\mathcal{M}_4 = \{M : M \models \{\neg P \vee \neg Q, \neg P, \neg Q\}\}} \arrow[loop below, "\psi_1"] \arrow[loop right, "\psi_2"] &
\end{tikzcd}$$

Como $\mathcal{M}_4$ é máximo e estável, é modelo de uma extensão da teoria.
A extensão é $th(\{\neg P \vee \neg Q, \neg P, \neg Q\})$.

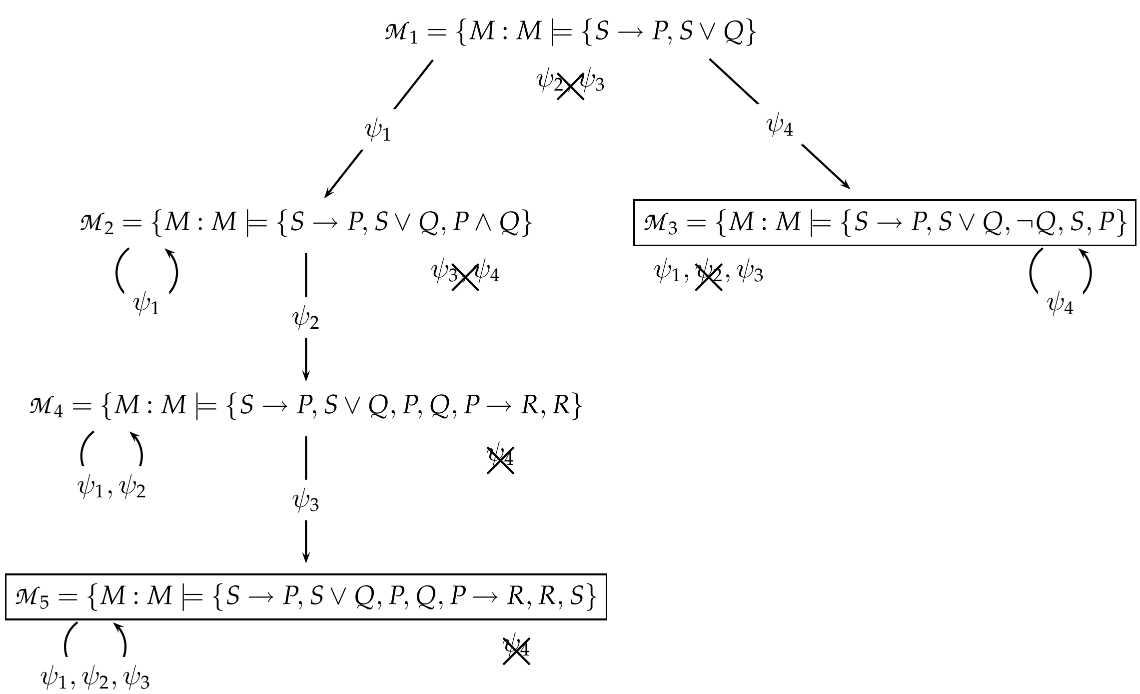
2. $\mathcal{T}_{10} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}, \{Q \rightarrow (\neg P \wedge R)\})$
$\psi_1 = \frac{:P}{P}$, $\psi_2 = \frac{:Q}{Q}$, $\psi_3 = \frac{:R}{R}$



Como $\mathcal{M}_3$ e $\mathcal{M}_5$ são máximos e estáveis, são modelos de extensões da teoria.
As extensões são $th(\{Q, \neg Q \vee (\neg P \wedge R), \neg P, R\})$ e $th(\{R, P, \neg Q \vee (\neg P \wedge R), \neg Q\})$.

3. $\mathcal{T}_{11} = (\{\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4\}, \{S \to P, S \vee Q\})$

$\psi_1 = \frac{P \vee Q : P \wedge Q}{P \wedge Q}$, $\psi_2 = \frac{P \leftrightarrow Q : P \to R}{P \to R}$, $\psi_3 = \frac{Q \wedge R : S}{S}$, $\psi_4 = \frac{: \neg Q}{\neg Q}$



Como $\mathcal{M}_3$ e $\mathcal{M}_5$ são máximos e estáveis, são modelos de extensões da teoria.
As extensões são $th(\{S \to P, S \vee Q, \neg Q, S, P\})$ e $th(\{S \to P, S \vee Q, P, Q, P \to R, R, S\})$.

Exercício 6.19 (JPM)
Considere a seguintee informação:

- Tipicamente as canetas escrevem.

- As canetas sem tinta não escrevem.
- As canetas com tinta seca não escrevem.
- Tipicamente as canetas antigas têm a tinta seca.
- As canetas antigas são canetas.
- A Conklin é uma caneta antiga.

1. Represente-a como uma teoria da Lógica de Omissão de Reiter.
2. Determine, pela via semântica, as extensões da teoria de omissão representada na alínea anterior.

Resposta:

1. A teoria de omissão será $(\{\psi_1, \psi_2\}, \{A, B, C, D\})$, em que:

   $\psi_1 = \frac{Caneta(x) : Escreve(x)}{Escreve(x)}$

   $A = \forall(x)[(Caneta(x) \wedge \neg TemTinta(x)) \rightarrow \neg Escreve(x)]$

   $B = \forall(x)[(Caneta(x) \wedge TemTintaSeca(x)) \rightarrow \neg Escreve(x)]$

   $\psi_2 = \frac{Caneta(x) \wedge Antiga(x) : TemTintaSeca(x)}{TemTintaSeca(x)}$

   Não faz sentido representar esta frase porque representação usada para as canetas antigas já obriga a que elas sejam canetas. Faria sentido se tivéssemos usado um predicado $CanetaAntiga(x)$, dizendo que
   $\forall(x)[CanetaAntiga(x) \rightarrow Caneta(x)]$

   $C = Caneta(Conklin)$, $D = Antiga(Conklin)$

   Deveríamos ter usado outros predicados para representar o facto de uma caneta ter tinta e/ou ter a tinta seca, mas esta representação mais simples vai facilitar a resolução da alínea seguinte.

2. $T = (\{\psi_1, \psi_2\}, \{A, B, C, D\})$

   $$\mathcal{M}_1 = \{M : M \models \{A, B, C, D\}\}$$

   ψ_1 $\qquad\qquad$ ψ_2

   $\boxed{\mathcal{M}_2 = \{M : M \models \{A, B, C, D, Escreve(Conklin), TemTinta(Conklin), \neg TemTintaSeca(Conklin)\}\}}$

   $\boxed{\mathcal{M}_3 = \{M : M \models \{A, B, C, D, TemTintaSeca(Conklin), \neg Escreve(Conklin)\}\}}$

   Como $\mathcal{M}_3$ e $\mathcal{M}_4$ são máximos e estáveis, são modelos de extensões da teoria. As extensões são:

   $Ext_1 = th(\{\ A, B, C, D,$
   $Escreve(Conklin),$
   $TemTinta(Conklin),$
   $\neg TemTintaSeca(Conklin)\})$

   $Ext_2 = th(\{\ A, B, C, D,$
   $TemTintaSeca(Conklin),$
   $\neg Escreve(Conklin)\})$

Exercício 6.20 (?)
Determine, pela via semântica, as extensões das teorias de omissão representadas no capítulo anterior.

Exercício 6.21 (JPM)
Diga o que significa um conjunto de modelos ser estável na Lógica de Omissão. Explique a razão porque as condições de estabilidade não são necessárias em teorias de omissão normais.

Resposta:

Seja (Ψ, Δ) uma teoria de omissão e seja $\mathcal{M} \in 2^{Mod(\Delta)}$ um conjunto de modelos. Dizemos que $\mathcal{M}$ é estável em (Ψ, Δ) se e só se existir $\Psi' \subseteq \Psi$ tal que $\mathcal{M} \geq_{\Psi'} Mod(\Delta)$ e para cada regra de omissão

$$\frac{\alpha : \beta_1, \ldots, \beta_n}{\gamma} \in \Psi' \quad \exists_{M_1,\ldots,M_n \in \mathcal{M}} M_i \models \beta_i$$

Por palavras, um conjunto de modelos é estável na teoria de omissão (Ψ, Δ) se é uma especialização do conjunto de modelos de Δ e não refuta as justificações de nenhuma das regras de omissão usadas na especialização.

As teorias de omissão normais satisfazem a propriedade da semi-monotonicidade (se o conjunto de regras de omissão aumentar, vai haver pelo menos uma extensão da nova teoria que contém cada uma das extensões da teoria inicial), por isso não é necessário verificar as condições de estabilidade, que são verificadas à partida.

7 Sistemas de revisão de crenças — JTMS e ATMS

Resumo:

- Tarefas dos TMSs
  - Mantêm a consistência de um conjunto de crenças
  - Só mantêm crenças para as quais tiverem uma razão
  - Explicam as razões para manter cada crença
  - Identificam contradições
  - Identificam os culpados de contradições
  - Evitam o re-aparecimento de contradições conhecidas

  Isto é possível porque os TMSs mantêm um registo das dependências entre as crenças, através da utilização de uma rede de dependências. Nessas redes, os nós representam proposições atómicas ou a sua negação ($\Rightarrow$ não há variáveis nos nós).

- **JTMSs**
  O rótulo de um nó indica se ele é acreditado ou não acreditado.

  Um nó é *acreditado* quando tem pelo menos uma justificação válida.

  Uma justificação é *válida* quando tem todos os seus antecedentes monótonos acreditados e nenhum não monótono acreditado.

  Num ciclo, sempre que se começa a rotular por um determinado nó começa-se com o rótulo NA (pois até esse momento ainda não se encontrou nenhuma justificação válida), a não ser que ele seja uma premissa ou tenha pelo menos uma justificação válida que não dependa do ciclo.

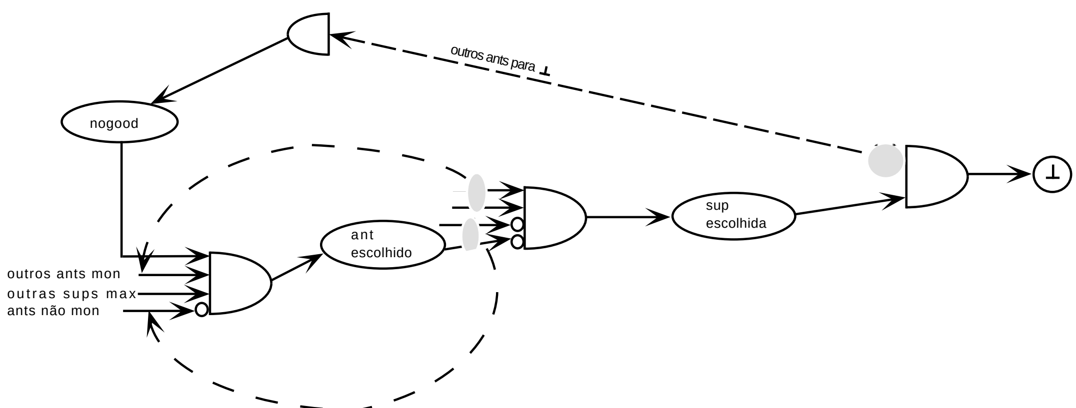
  Ciclos num JTMS — Existem vários tipos de ciclos num JTMS, que podem ser classificados de acordo com o número de justificações não monótonas que atravessam:

  - Os ciclos monótonos não atravessam nenhuma justificação não-monótona e em geral têm apenas uma rotulação estável.
  - Os ciclos pares atravessam um número par de justificações não-monótonas e em geral têm duas rotulações estáveis.
  - Os ciclos ímpares atravessam um número ímpar de justificações não-monótonas e em geral não têm nenhuma rotulação estável.

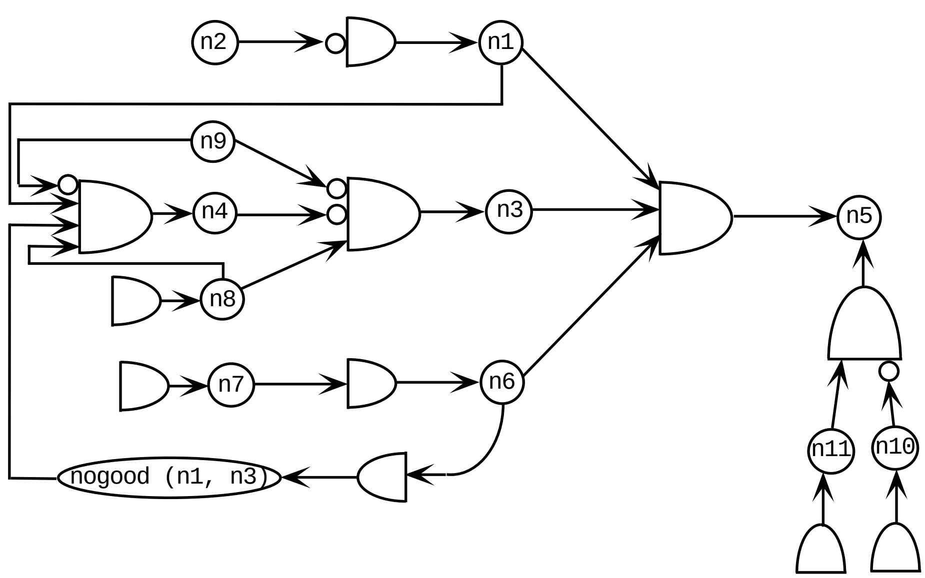
  Remoção de contradições — Depois da detecção da contradição, se for possível removê-la alterando uma escolha feita durante a rotulação dum ciclo ímpar, altera-se; caso contrário, faz-se o retrocesso dirigido pelas dependências, para cada uma das justificações válidas para a contradição:

  1. Determinar as suposições máximas: suposições usadas para determinar o estado da contradição, mas que não foram usadas para determinar o estado de qualquer outra suposição usada para determinar o estado da contradição, ou seja, são as suposições que estão "mais perto" da contradição. (Uma suposição é um nó com pelo menos uma justificação não monótona.)

2. Se a contradição não depender de nenhuma suposição, é necessário remover uma das premissas subjacentes; neste caso, o JTMS ou escolhe uma ao acaso ou pergunta ao solucionador de problemas qual deve remover. Caso exista mais do que uma suposição máxima na origem da contradição, o JTMS escolhe (ao acaso) uma das suposições máximas para deixar de acreditar.
3. Escolher um dos antecedentes não-monótonos da suposição máxima escolhida para passar a ser acreditado. Para isso, vai-lhe ser adicionada uma justificação que só deve ser válida nos casos em que a sua não validade implicaria o aparecimento da contradição.
4. A justificação para o antecedente não-monótono que vai passar a ser acreditado tem como antecedentes monótonos as outras suposições máximas, os antecedentes monótonos da suposição máxima escolhida e o nó nogood; tem como antecedentes não-monótonos os outros antecedentes não-monótonos da suposição máxima escolhida.
5. O nó nogood tem como antecedentes monótonos os antecedentes da justificação para a contradição que não se baseiam em suposições.



Segue-se um exemplo da remoção duma contradição num JTMS, supondo que $n5$ é um nó contradição:



Alterações:

1. Remover a justificação vazia a $n7$
2. Adicionar uma justificação vazia a $n2$
3. Remover a justificação vazia a $n8$

Se $n10$ deixasse de ser acreditado, voltaríamos a ter uma justificação válida para a contradição. Neste caso, seria necessário repetir o processo e criar um novo *nogood*.

- **ATMSs**
  O rótulo de um nó é um conjunto de conjuntos mínimos de nós que devem ser acreditados para o nó em causa ser acreditado.

  Acreditamos nos nós que tenham pelo menos uma justificação válida, isto é, que tenham pelo menos um conjunto de suposições do seu rótulo contido no contexto.

  As contradições são resolvidas evitando que existam rótulos que contenham algum nogood.

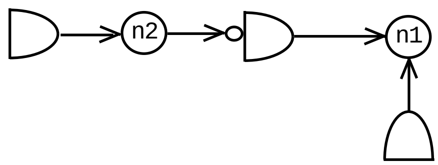
  Os nogoods são os conjuntos que estariam no rótulo do nó contradição e correspondem a conjuntos de nós que nunca devem estar contidos no contexto.

  Embora tenha mais dificuldades em lidar com justificações não-monótonas (o ATMS dado nas aulas nem o consegue fazer), torna muito mais simples a consideração de múltiplas alternativas.

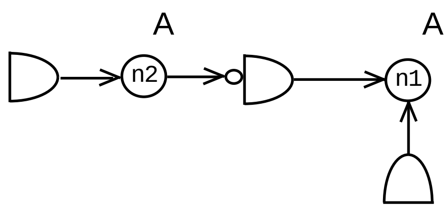
Nota: As duas figuras que estão neste resumo foram passadas para computador pela Elsa Luis Teixeira.

Exercícios

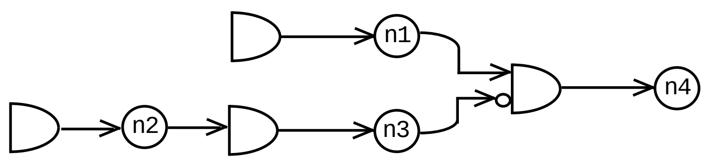
Exercício 7.1 (AC+SP+?)
Rotule as redes de dependências seguintes usando um JTMS. Se alguma delas tiver mais do que uma rotulação possível, deve mostrá-las todas.

1. 

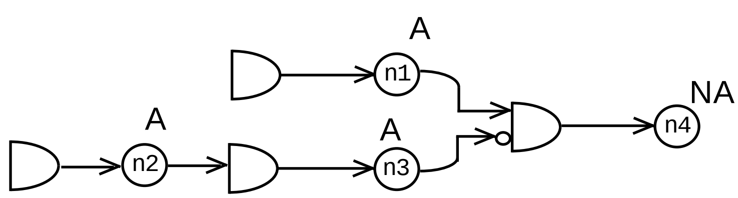
   Resposta:

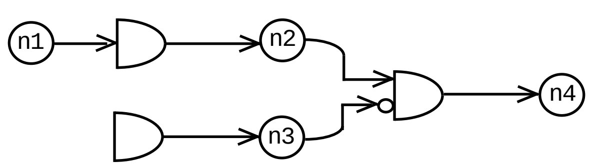
   Convém lembrar que, para que um nó seja acreditado, basta que tenha uma justificação válida.

2. 

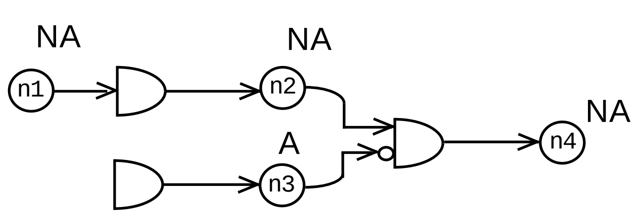
   Resposta:

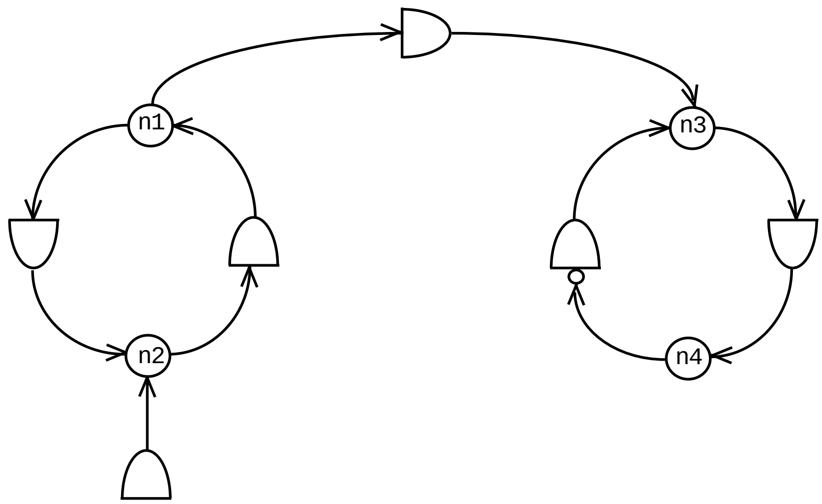
   Começa-se sempre a rotular a partir dos nós que não dependem de nenhum outro ou que dependem de menos nós.

3. 

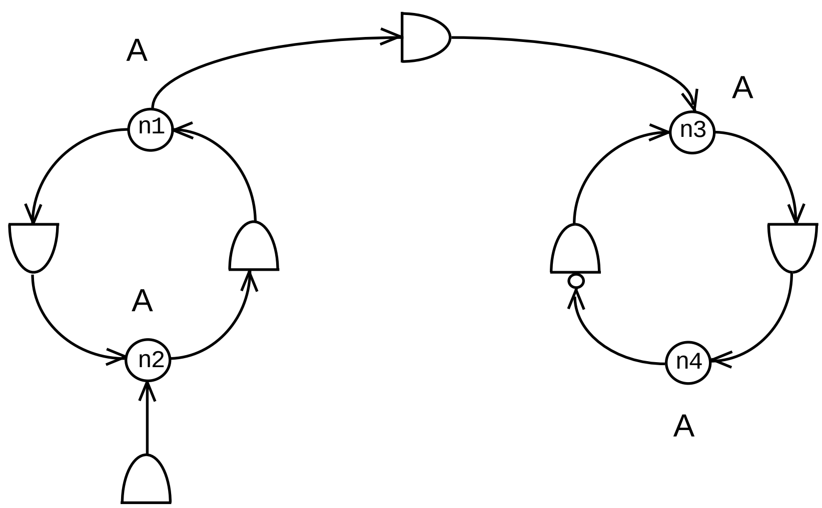
   Resposta:

4.

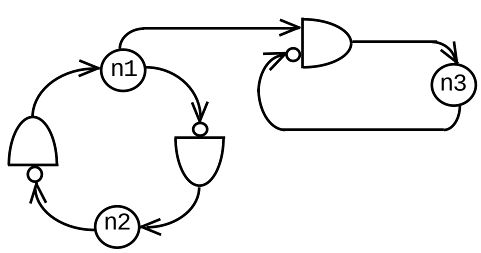


Resposta:



Mesmo que a justificação de $n1$ para $n2$ fosse não-monótona, a rotulação continuava a mesma, porque $n2$ é uma premissa, logo tem sempre pelo menos uma justificação válida. Isto justifica a crença em $n2$, que por sua vez justifica a crença em $n1$ e depois em $n3$. De reparar, também, que o ciclo da direita é um ciclo ímpar, mas que tem uma rotulação válida.

5.

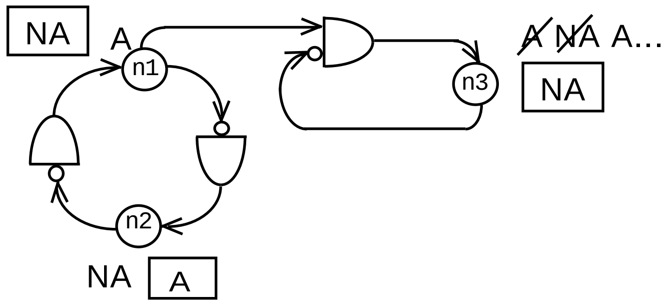


Resposta:

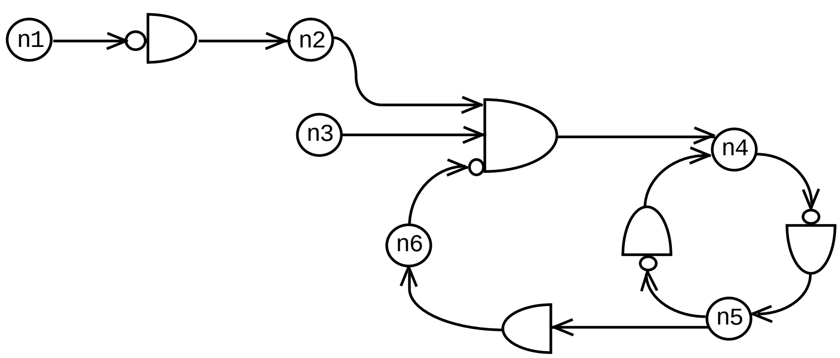
Podemos começar a rotular por $n1$ ou $n2$.

Por exemplo, vamos começar por $n2$: como não conhecemos nenhuma justificação válida, é NA. Com base nisso, conseguimos a primeira tentativa de rotulação para a rede, que não é estável.
Quando não se consegue encontrar uma rotulação estável para a rede, tentam-se as outras

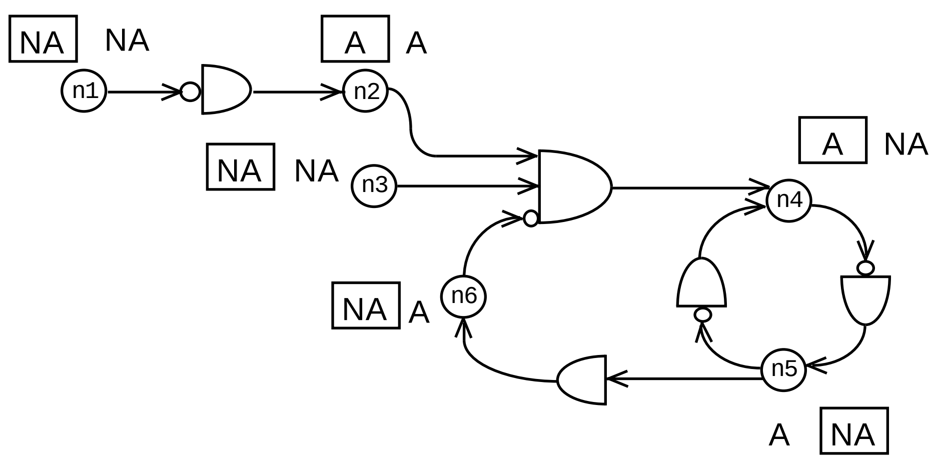
possibilidades de rotulação. Neste caso, começar a rotular por $n1$, que era a outra alternativa. Como também não conhecemos nenhuma justificação válida, é NA. Esta rotulação é estável e está representada dentro de rectângulos.



6.



Resposta:



Reparar que esta rede tem duas configurações estáveis, e que cada uma delas corresponde a uma rotulação, isto é, atribui um rótulo a cada nó, mesmo que seja igual ao da outra rotulação.

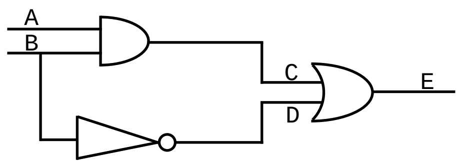
Exercício 7.2 (AC)

Consegue representar alguma das redes do exercício anterior usando algum ATMS conhecido? Porquê?

Resposta:

Não. Isto porque em todas as redes existe pelo menos uma justificação com antecedentes não-monótonos, o que não conseguimos representar usando o ATMS dado nas aulas desta cadeira.

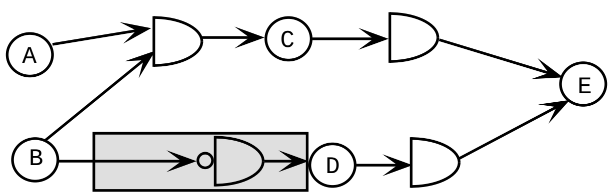
Exercício 7.3 (AC+SP)
Considere o seguinte circuito lógico:



1. Represente-o usando um ATMS.

   Resposta:

   Primeira tentativa:

   Mas assim estaríamos a usar um ATMS não-monótono, que não conhecemos.

   Outro problema é não sabermos o significado dos nós: o nó A significa que o fio A tem o valor 0 ou 1? Se decidirmos que representa o facto de o fio ter o valor 1, não conseguimos falar de todos os estados possíveis do circuito, porque não conseguimos falar de quando os fios têm o valor 0 (ou vice-versa). Isto significa que deixamos de poder representar frases do género: se A tiver o valor 0, então C tem o valor 0.

   Por esta razão, precisamos de ter dois nós para representar cada fio: um para representar que o fio tem o valor 0 e outro para representar que o fio tem o valor 1.

   Alguns pontos importantes a considerar na construção da rede são:

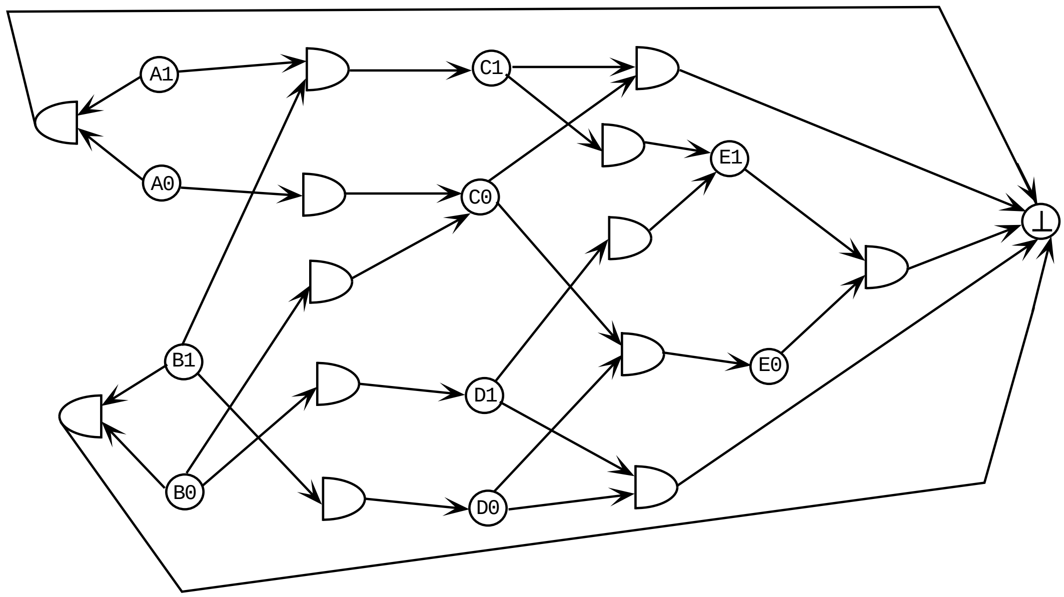
   - Os rótulos dos nós contêm apenas conjuntos mínimos de nós. Por isso, depois de determinados os rótulos para os nós da rede, é necessário eliminar os conjuntos que não são mínimos.

   - Convém também não esquecer que um fio não pode ter simultaneamente os valores 0 e 1, por isso é necessário representar o nó contradição ($\perp$) e encontrar os nogoods. Depois, é necessário eliminar os nogoods de cada um dos rótulos anteriormente calculados.

   - O rótulo do nó $\perp$ é sempre {}, pois é a forma que temos de garantir que ele nunca será acreditado.

   - O conjunto dos nogoods é calculado como se estivéssemos a calcular o rótulo para o nó $\perp$. Convém reparar que, por corresponder a um rótulo, também contém apenas conjuntos mínimos de nós.

   A nova representação encontra-se na figura seguinte. Os rótulos dos nós e o conjunto dos nogoods são apresentados numa tabela à parte, para não complicar demais a figura.



Nó	Rótulo
A1	{{A1}}
A0	{{A0}}
B1	{{B1}}
B0	{{B0}}
C1	{{A1, B1}}
C0	{{A0},{B0}}
D1	{{B0}}
D0	{{B1}}
E1	{{A1, B1},{B0}}
E0	{{A0, B1} ~~,{B0,B1}~~}
$\perp$	{}

Nogoods:	{ {A0, A1},	(dos nós A0 e A1)
	{B0, B1},	(dos nós B0 e B1)
	~~{A1, B1, A0}~~,~~{A1, B1, B0}~~,	(dos nós C0 e C1)
	~~{B0, B1}~~,	(dos nós D0 e D1)
	~~{A1, B1, A0, B1}~~,~~{A1, B1, B0, B1}~~,	
	~~{B0, A0, B1}~~,~~{B0, B0,B1}~~}	(dos nós E0 e E1)

2. Se $A = 1$ e $B = 0$, qual é o valor de E?

   Resposta:

   Nestas condições, Contexto=$\{A1, B0\}$

   Acreditamos nos nós que tenham pelo menos uma justificação válida, isto é, que tenham pelo menos um conjunto de suposições do seu rótulo contido no contexto. Assim, os nós acreditados são $A1$, $B0$, $C0$, $D1$ e $E1$. Logo, neste caso, a saída tem o valor 1.

3. E se $A = 0$ e $B = 1$?

   Resposta:

   Contexto=$\{A0, B1\}$

   Nós acreditados: $A0$, $B1$, $C0$, $D0$ e $E0$.
   A saída tem o valor 0.

4. Quais os valores que têm que ter as entradas A e B para a saída E ter o valor 1?

   Resposta:

   Basta consultar o rótulo do nó $E1$: ou ($A = 1$ e $B = 1$) ou $B = 0$.

5. E para $E = 0$?

   Resposta:

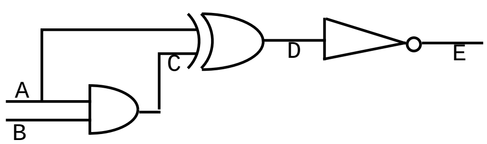
   $E = 0$ se $A = 0$ e $B = 1$.

6. E para $C = 1$?

   Resposta:

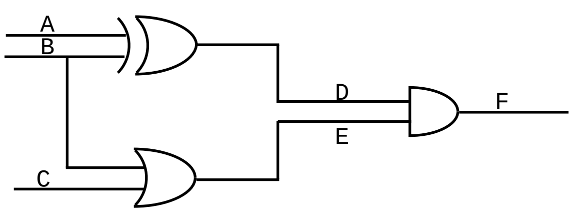
   $C = 1$ se $A = 1$ e $B = 1$.

Exercício 7.4 (AC)
Represente os seguintes circuitos usando um ATMS e rotule-os.

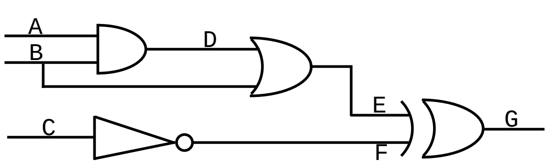
1. 

   Qual o valor de D se as entradas tiverem os valores A=0 e B=1?

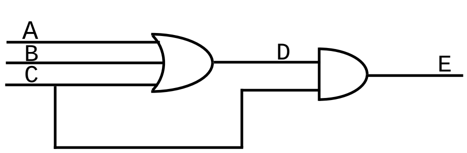
   E quais os valores que devem ter as entradas para a saida E ter o valor 0?

2. 

   Quais os valores que devem ter as entradas para a saida F ter o valor 0?

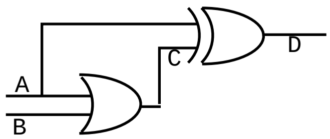
3. 

   Que valor terá a saída se A=0, B=1 e C=0?

4. 

   Qual o valor de E se as entradas tiverem os valores A=0, B=1 e C=1?

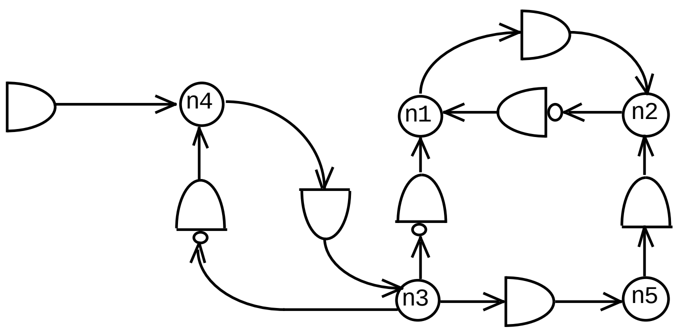
   E quais os valores que devem ter as entradas para a saida E ter o valor 0?

5. 

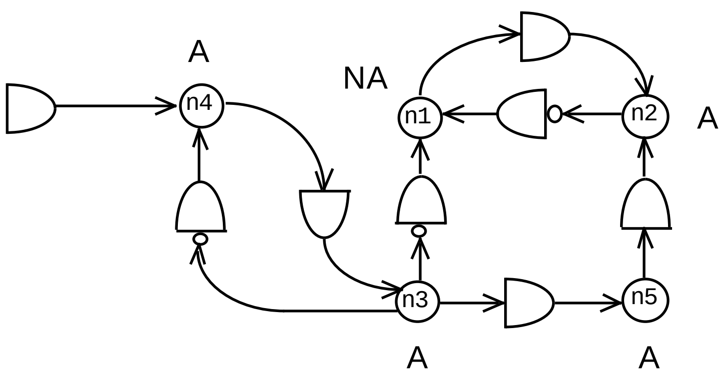
Qual o valor de D se as entradas tiverem os valores A=0 e B=1?

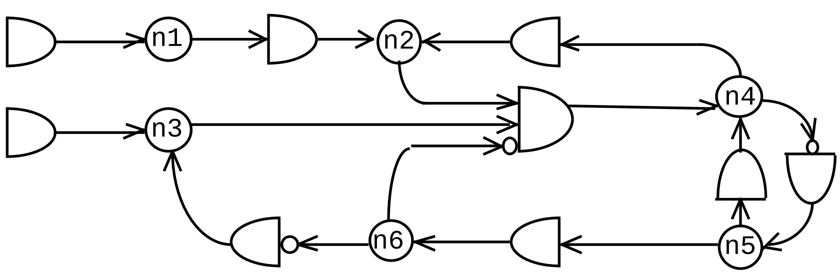
E quais os valores que devem ter as entradas para a saida D ter o valor 1?

Exercício 7.5 (AC)
Rotule as seguintes redes de dependências usando um JTMS. Se alguma delas tiver mais do que uma rotulação possível, deve mostrá-las todas.

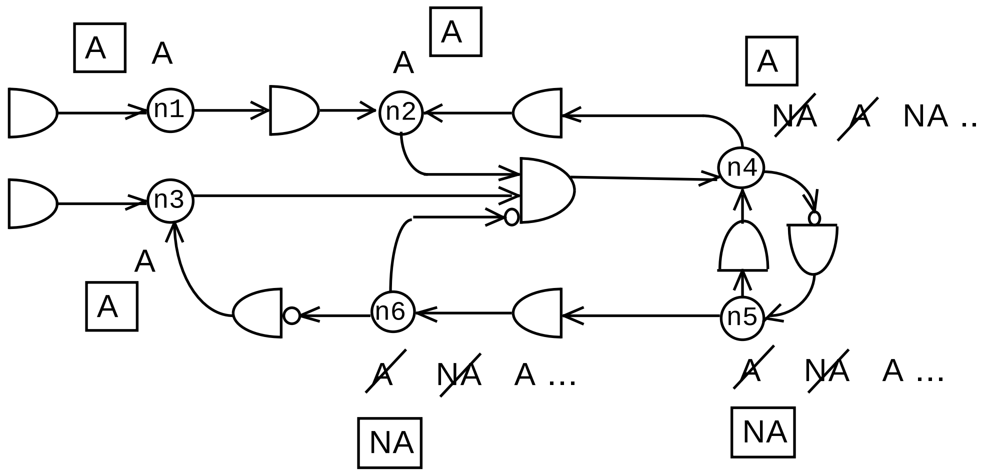
1. 

Resposta:



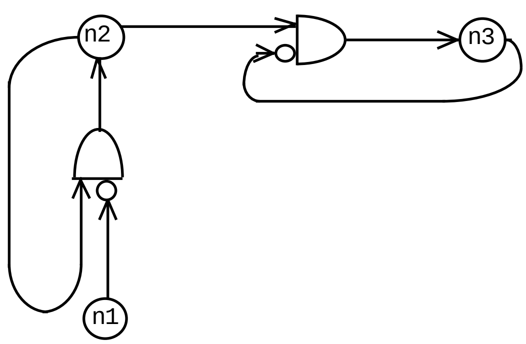
2. 

Resposta:

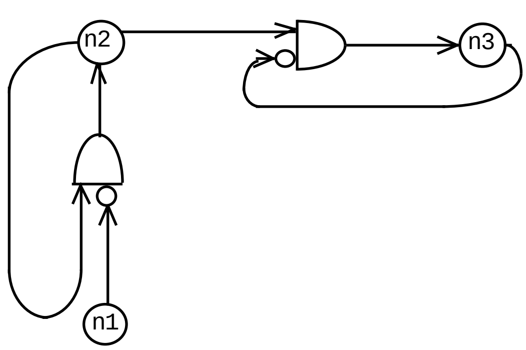


Convém reparar que as rotulações em que se começa a rotular o ciclo por $n4$ e por $n5$ não são estáveis. A única rotulação estável desta rede é a que está dentro de rectângulos, em que se começou a rotular o ciclo por $n6$.

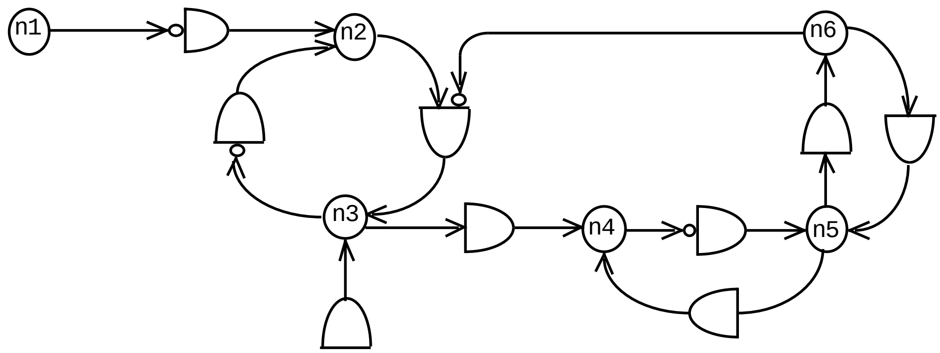
3.



Resposta:

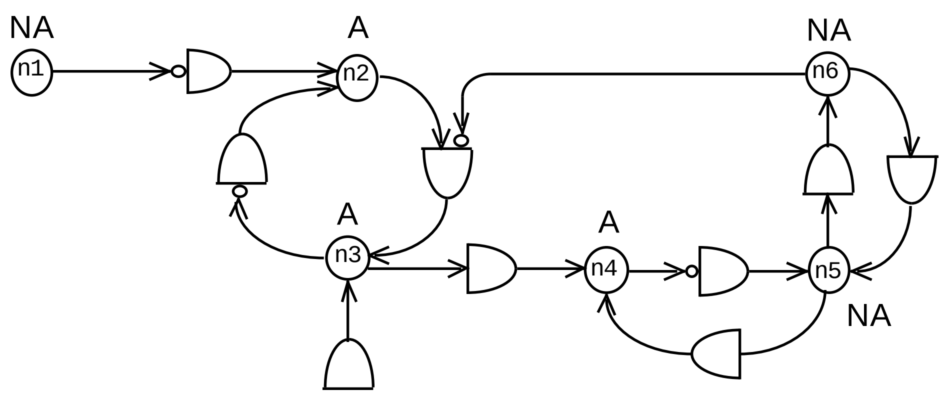


4.



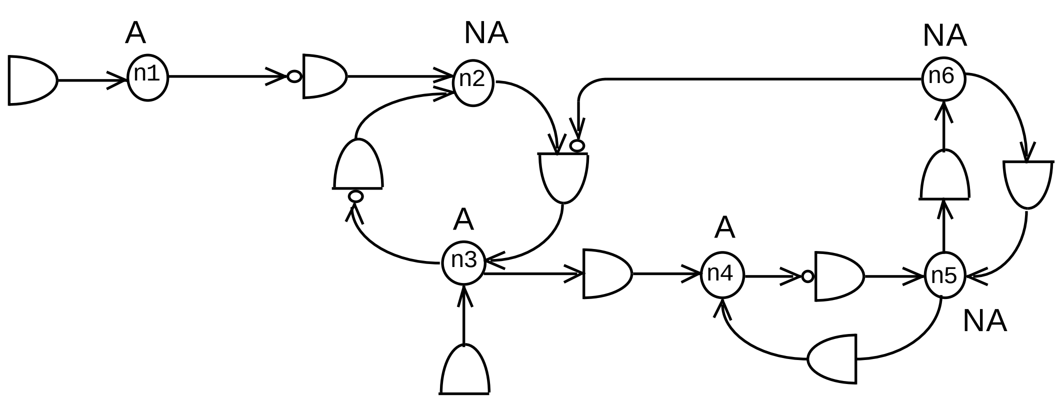
Considere agora que o nó $n1$ foi adicionado como premissa. Mostre como ficaria a rede de dependências resultante e rotule-a usando um JTMS.

Resposta:



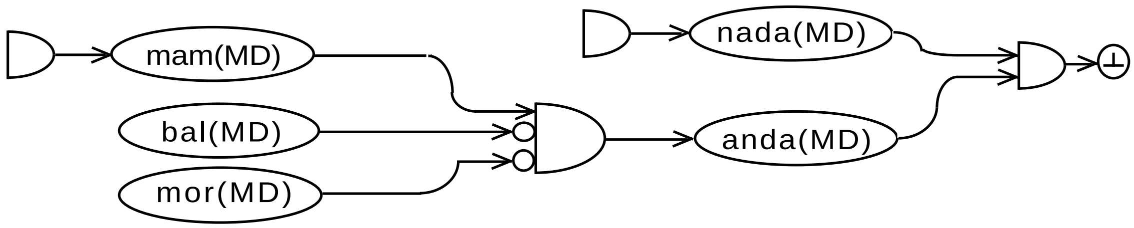
5. Considere agora que o nó $n1$ da alínea anterior foi adicionado como premissa. Mostre como ficaria a rede de dependências resultante e rotule-a usando um JTMS.

Resposta:



Uma vez que $n3$ é uma premissa, a rotulação do resto da rede (que não depende de $n1$ nem de $n2$, os nós cujos rótulos foram alterados) fica igual à anterior.

Exercício 7.6 (AC+SP)
Considere a seguinte rede de dependências:



1. Rotule-a usando um JTMS.
2. Considere o nó $\perp$ como sendo um nó contradição. Mostre como é que ela deve ser resolvida.

Resposta:

Exercício 7.7 (AC+SP)
Considere a seguinte informação:

> Os mamíferos são animais
>
> Tipicamente os mamíferos andam
>
> Os cães são mamíferos
>
> O Bobi é um cão
>
> A MobyDick é um mamífero
>
> A MobyDick não anda

1. Represente-a usando um JTMS e rotule a rede de dependências resultante. Sugestão: se considerar mais simples, pode primeiro representar a informação usando uma teoria da lógica de omissão de Reiter e só depois passar para a rede de dependências.
2. Com base na sua rede de dependências, diga em que é que acredita acerca de cada uma das instâncias.

Resposta:

8 SNePS — Representação e ATMS

Resumo:

- Um nó representa um conceito intensional.
- Princípio da unicidade — cada nó representa um único conceito e cada conceito é representado por um único nó.

  Na realidade, a implementação do SNePS só força o princípio da unicidade para nós que não dominem nenhuma variável. Pode-se considerar (embora isto não esteja correcto) que, em termos globais da rede, cada variável é uma variável nova, por isso é que o SNePS não consegue impor este princípio.
- Os nós podem ser atómicos ou estruturados (moleculares):
  - Atómicos — não dominam nenhum outro nó.
    - Nós atómicos constantes (ou nós base) — representam conceitos não estruturados. Graficamente são representados por rectângulos com o seu nome.
    - Nós atómicos variáveis (ou nós variáveis) — representam variáveis. Graficamente são representados por círculos e o nome começa por V.
  - Estruturados — dominam pelo menos um outro nó.
    - Nós estruturados constantes (ou nós moleculares) — representam proposições ou conceitos estruturados e não dominam variáveis livres. Graficamente são representados por círculos e o seu nome começa por M. Podem ser acreditados ou não acreditados.
    - Nós estruturados não constantes (ou nós padrão) — dominam pelo menos um nó correspondente a uma variável livre. Graficamente são representados por círculos e o seu nome começa por P. Não faz sentido serem acreditados nem negados, por dominarem variáveis livres.
  - Os nós não se podem dominar a si próprios, isto é, não há ciclos compostos apenas por arcos directos.
- Os arcos representam relações não conceptuais entre conceitos. Para cada arco directo, existe o arco inverso, que não é representado explicitamente.
  - Arcos pré-definidos — os únicos arcos pré-definidos em SNePS são os arcos usados para representar as conectivas lógicas, para permitir efectuar inferência: `ant, &ant, cq, arg, min, max, forall`.
  - Arcos definidos pelo utilizador — servem para o utilizador poder definir os case-frames que vai usar na sua representação. Os mais usados são:
    - `mem / class`
    - `sub / super`
    - `obj / pp / valor`
    - `ag / verbo / obj`
    - `rel / arg1 / ...  / argn`
    - `fun / arg1 / ...  / argn`
- Conectivas:

  - Implicação conjuntiva: $\{A_1, \ldots, A_n\} \wedge\!\!\Rightarrow \{C_1, \ldots, C_n\}$
  - Implicação disjuntiva: $\{A_1, \ldots, A_n\} \vee\!\!\Rightarrow \{C_1, \ldots, C_n\}$
  - E/Ou: ${}_n\text{Ⅹ}_i^j\{A_1, \ldots, A_n\}$
  - Thresh: ${}_n\Theta_i^j\{A_1, \ldots, A_n\}$
- Quantificadores:
  - Universal: $\forall_x[P(x)]$
  - Existencial: $\exists_x[P(x)]$
  - Existencial numérico: ${}_n\exists_i^j$

  Só o universal é que está implementado. O existencial é representado através de funções e constantes de Skolem, dependendo de estar ou não dentro do âmbito de quantificadores universais.
  Skolemização:
  $\exists(x)[P(x)] \leadsto P(Sk1)$ — quando a variável quantificada existencialmente não está dentro do âmbito de nenhum quantificador universal, é substituida por uma constante de Skolem, ou seja, por uma constante que não apareceu antes na rede.
  $\forall(y)\exists(x)[P(x,y)] \leadsto \forall(y)[P(Skfun1(y),y)]$ — quando a variável quantificada existencialmente está dentro do âmbito de algum quantificador universal, é substituida por uma função de Skolem, que não apareceu antes na rede e que tem como argumentos as variáveis quantificadas universalmente em cujo âmbito ela se encontra.
- Aspectos a lembrar em qualquer exercício:
  - Princípio da unicidade. Se repetirmos nós, dizer que é apenas para facilitar a representação, mas que na realidade são o mesmo.
  - No mesmo nó, não misturar arcos pré-definidos com arcos definidos pelo utilizador.
  - No mesmo nó, não misturar arcos de case-frames diferentes (por exemplo, *ant* e *cq* com *min* e *max* ou *mem* ou *sub*).
  - No mesmo nó, não misturar quantificadores diferentes. Se o existencial for representado através da Skolemização, isto deixa de ser possível.
  - Não há nós nem arcos sem nome.
  - Não há nós não dominados não acreditados.
  - Só saem setas de nós M ou P (nunca de nós atómicos).
  - Não faz sentido negar nem acreditar nós atómicos nem um nós padrão.
  - UVBR — Unique Variable Binding Rule: se numa regra há variáveis com nomes diferentes, então vão obrigatoriamente emparelhar com constantes diferentes.
- Inferência
  - Baseada em nós
  - Baseada em caminhos

SNePSLOG
Linguagem de interacção com o SNePS parecida com a LPO.

- É bom fazer um "dicionário" com os predicados e funções e a ordem dos argumentos.
- Variáveis com nomes errados são constantes.
- Ficheiro com as fórmulas em SNePSLOG deve ter no início `clearkb`
- Comentários começam por `;`
- Não se usa `[ ]`
- Conectivas lógicas: `and`, `or`, `=>`, `~`
- Quantificadores: `all(x,y)(...)` ou `exists(x,y)(...)`.
  O existencial é representado internamente pelo SNePSLOG usando Skolemização.
- `??` pergunta sem inferência
- `?` pergunta com inferência
- `?var` variável, só em queries
- `^(setf *infertrace nil)`
- `^(setf *infertrace t)`
- Utilização, depois de entrar no Lisp:

```
(load ''home/cadeiras/rc/Sneps/load-SNePS'')
(snepslog)
demo
8
''home/cadeiras/rc/man.snlog''
<enter>

...

lisp   (para sair do SNePSLOG)
(quit) (para sair do Lisp)
```

SNePSUL
Linguagem de interacção com o SNePS usando explicitamente os nós e os arcos da rede semântica.

- É bom fazer um "dicionário" com os case-frames utilizados.
- `(describe *nodes)` — descreve todos os nós da rede
- `(list-nodes)`
- `(demo "ficheiro")`
- `(build {relation nodeset})` — cria um nó sem acreditar nele (só para "inner-nodes").

- `(assert {relation nodeset})` — cria um nó acreditado.
- `(add {relation nodeset})` — cria um nó acreditado e faz inferência para a frente com ele.
- `(resetnet [reset-relations?])`
- `(define {relationset})`
- and-entailment — `(assert &ant (A1, ..., An) cq (C1, ..., Cm))`
- or-entailment — `(assert ant (A1, ..., An) cq (C1, ..., Cm))`
  Mais eficiente que o anterior, deve ser usado quando só houver um antecedente.
- and-or — `(assert min i max j arg (A1, ..., An))`
- quantificador — usa-se em conjunto com as conectivas lógicas. Por exemplo, `(assert forall (x1, ..., xp) &ant (A1(x1, ..., xp), ..., An(x1, ..., xp)) cq (C1(x1, ..., xp), ..., Cm(x1, ..., xp)))`.
  Primeira ocorrência da variável `$var` subsequentes `*var`.
- Utilização, depois de entrar no Lisp:

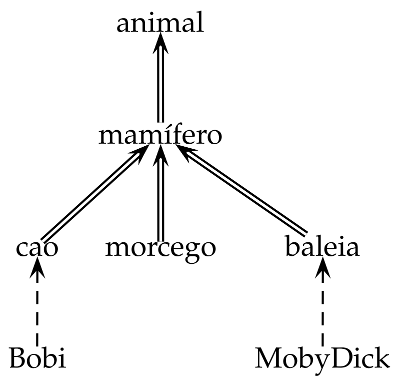
```
(load ‘‘home/cadeiras/rc/Sneps/load-SNePS’’)
(sneps)

...

lisp   (para sair do SNePS)
(quit) (para sair do Lisp)
```

Exercícios

Exercício 8.1 (AC+SP)
Considere a seguinte hierarquia:



Em que:

a ⟹ b significa que todos os *a*s são *b*s
A - - ➤ b significa que este A é um *b*

1. Represente-a em SNePS.

2. Para além de saber que o Bobi é um cão, consegue inferir mais alguma coisa acerca dele? Se sim, diga o quê. Se não, escreva as regras necessárias para inferir o que seria desejável e diga o que passa a poder inferir com elas.

3. Represente a propriedade *forma de deslocação* para esta hierarquia. A sua representação permite a existência de excepções? Porquê?

Exercício 8.2 (AC+SP)
Represente em SNePS a seguinte informação:

1. O Rui pensa que a Rita gosta do Zé.

2. Acrescentar: e ela gosta.

3. Acrescentar: mas ela não gosta. (Repare que acabou de representar uma contradição.)

Exercício 8.3 (AC+SP)
Represente em SNePS as seguintes afirmações:

1. O BolaDeNeve ou é um gato ou é um cão (mas não os dois simultaneamente).

2. Qualquer pessoa que seja persistente pode aprender lógica e inglês.

3. Nenhum ser humano tem penas.

4. Nem todos os pássaros voam.

5. Tudo o que alguém consegue fazer o Zé também consegue.

Exercício 8.4 (?)
Considere a seguinte informação:

> As pessoas que jogam bem xadrez são inteligentes.
>
> O Kasparov é uma pessoa que joga bem xadrez.
>
> O Kasparov nunca perdeu nenhum jogo de xadrez com ninguém.
>
> O DeepBlue é um computador que venceu o Kasparov a jogar xadrez.

1. Represente-a em SNePS.
2. Desta informação pode-se concluir que o DeepBlue é inteligente? E o Kasparov?

Resposta:

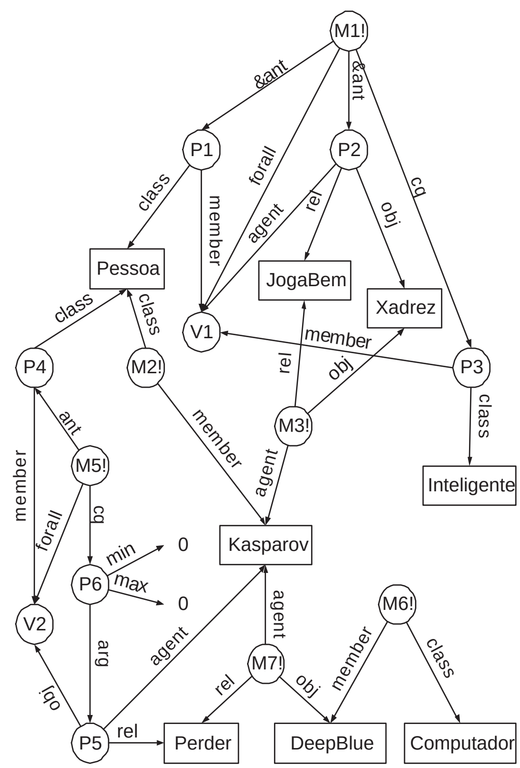


Figura feita por Joana Paulo

Exercício 8.5 (AC)
Considere a seguinte informação:

> As pessoas que comem bem são saudáveis.
>
> As pessoas saudáveis não ficam doentes.

Quem fica doente vai ao hospital e é tratado.

O Zé é uma pessoa saudável.

O Rui é uma pessoa que ficou doente.

1. Represente-a em SNePS.
2. O que pode inferir acerca do Zé e do Rui? Porquê?

Exercício 8.6 (AC)
Considere a seguinte informação:

Os utilizadores não gostam de programas com "bugs".

Os programas novos da Microsoft têm "bugs".

Os Windows XP é um programa novo da Microsoft.

O Bill utiliza o Windows XP.

1. Represente-a em SNePS.
2. Com base nesta informação, o que pode concluir acerca do Bill e do Windows XP?

Exercício 8.7 (AC)
Considere a seguinte informação:

O Rui sabe que a Ana pensa que a Expo98 já está aberta.

A Expo98 ainda não está aberta.

A Expo98 é uma exposição que vai abrir a 22 de Maio.

Cada exposição tem o seu tema.

O Rui vai à Expo98.

1. Represente-a em SNePS.
2. Com base nesta informação, o que pode concluir acerca da Expo98? Porquê?

Exercício 8.8 (AC)
Considere a seguinte informação:

Alguém matou o Luis.

A Rita pensa que foi o Zé que matou o Luis.

Quem matou o Luis não foi o Zé, foi o Rui.

Quem mata alguém é um assassino e vai preso.

O Rui suicidou-se.

1. Represente-a em SNePS.
2. Com base nesta informação, o que pode concluir acerca de cada uma das pessoas referidas? Porquê?

Exercício 8.9 (AC)
Considere a seguinte informação:

Os aviões, os automóveis e as motas são meios de transporte.

Os aviões são mais seguros que os automóveis, que por sua vez são mais seguros que as motas.

O Rui tem um automóvel e uma mota, que é grande.

1. Represente-a em SNePS.
2. Com base nesta informação, o que pode concluir acerca da segurança relativa entre os aviões e as motas?
3. Gostaria de concluir alguma coisa? Se sim, diga o quê e complete a informação anterior de modo a conseguir concluir o que deseja.

Exercício 8.10 (AC)
Represente em SNePS a seguinte informação:

Os mamíferos são animais.

Os mamíferos têm pêlos e produzem leite.

Os cães são mamíferos.

Os ornitorrincos são mamíferos que põem ovos.

O Bobi é um cão.

O Platipus é um ornitorrinco.

Com base na sua representação, explique qual seria a resposta do SNePS às perguntas, e porque razão:

1. O Platipus tem pêlos?
2. O Bobi põe ovos?

Resposta:

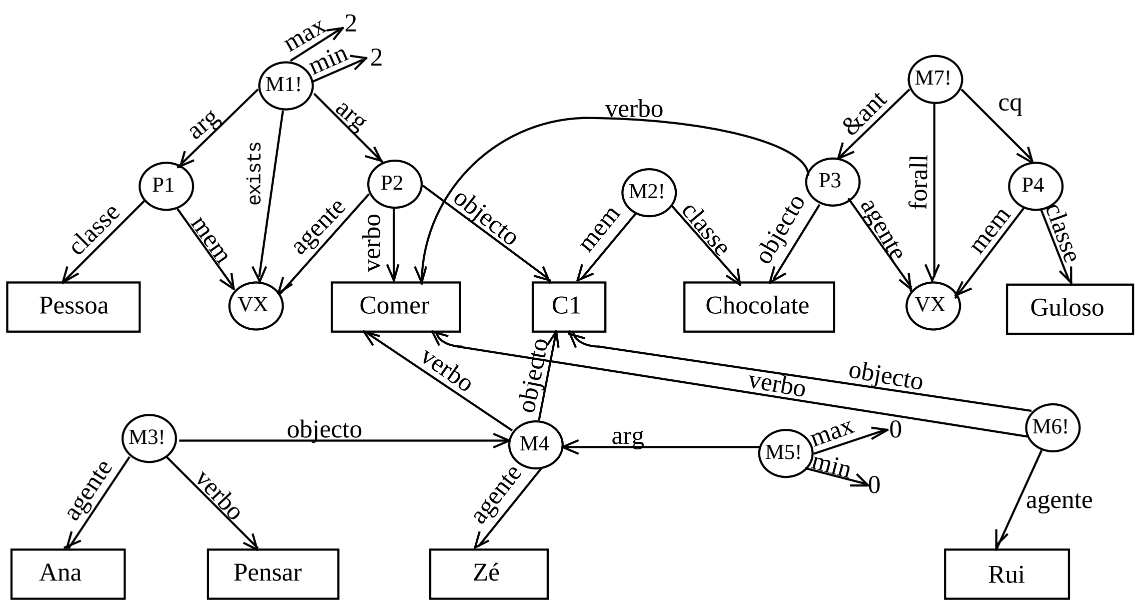
Exercício 8.11 (AC)
Represente em SNePS a seguinte informação:

> Alguém comeu o chocolate C1.
>
> A Ana pensa que foi o Zé que comeu o C1.
>
> Quem comeu o C1 não foi o Zé, foi o Rui.
>
> Quem come chocolates é guloso e engorda.

1. Com base nesta informação, o que é que o SNePS pode concluir acerca de quem comeu o chocolate C1?
2. E quem é que engorda? Porquê?

Resposta:

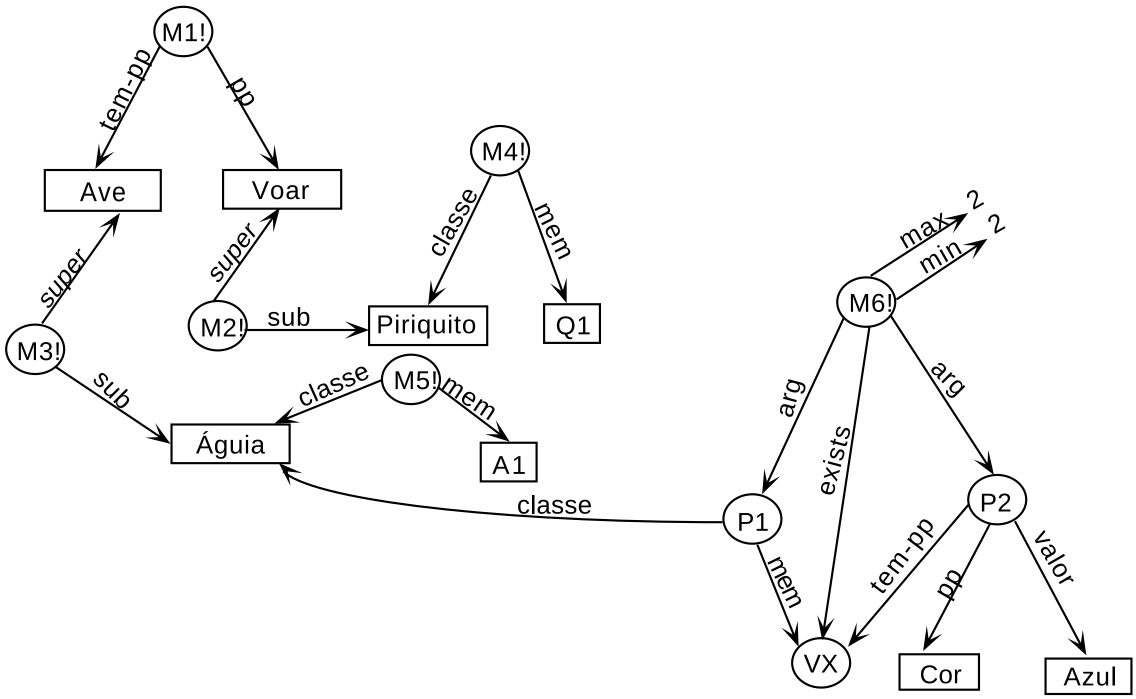
Exercício 8.12 (AC)
Considere a seguinte rede, representada usando o SNePS:



1. Escreva em Português a informação que está representada na rede.
2. O que é que consegue deduzir a partir da informação da alínea anterior?
3. O que é que o SNePS consegue inferir a partir da rede representada?
4. Se houver diferenças nas suas respostas às alíneas anteriores, explique porque é que elas existem e altere a rede de modo a que as respostas passem a ser iguais.

Resposta:

Exercício 8.13 (AC)
Considere a seguinte rede, representada usando o SNePS:



1. Escreva em Português a informação que está representada na rede.
2. O que é que consegue deduzir a partir da informação da alínea anterior?
3. O que é que o SNePS consegue inferir a partir da rede representada?
4. Se houver diferenças nas suas respostas às alíneas anteriores, explique porque é que elas existem e altere a rede de modo a que as respostas passem a ser iguais.

Resposta:

Exercício 8.14 (JPM)
Represente em SNePS as seguintes propriedades de relações:

1. Transitividade.
2. Reflexividade.
3. Simetria.
4. Equivalência. Uma relação de equivalência é uma relação simétrica, reflexiva e transitiva.

Exercício 8.15 (AC)
Considere a seguinte informação:

As reuniões a que o Zé vai são de manhã.

As reuniões a que o Rui vai são de tarde.

As reuniões são de manhã ou de tarde, mas não de manhã e de tarde simultaneamente.

O Zé e o Rui vão os dois à reunião R1.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilisando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.16 (AC)
Considere a seguinte informação:

As pessoas casadas têm filhos.

As pessoas solteiras vivem com os pais e não têm filhos.

As pessoas divorciadas vivem sozinhas mas têm filhos.

O Zé é uma pessoa solteira que tem filhos.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.17 (AC)
Considere a seguinte informação:

Os adultos são pessoas que trabalham.

Os universitários estudam e praticam desporto de competição.

Os universitários são adultos.

As pessoas não podem trabalhar e praticar desporto de competição simultaneamente.

O Rui é um universitário.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.18 (AC)
Considere a seguinte informação:

Os animais com pelos são mamíferos.

Os animais que põem ovos não são mamíferos.

Os ornitorrincos são animais que têm pelos e põem ovos.

O Orn é um ornitorrinco.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.19 (?)
Considere a seguinte informação:

Os políticos são cuidadosos.

Os dirigentes de futebol são precipitados.

As pessoas precipitadas não são cuidadosas.

O Valentim Loureiro é um político.

O Valentim Loureiro é um dirigente de futebol.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.20 (?)
Considere a seguinte informação:

Os militares cumprem ordens.

Todas as pessoas que cumprem ordens não são imaginativas.

Os estrategas são militares.

Os estrategas são imaginativos.

“Atacar” é uma ordem.

O Napoleão é um estratega.

1. Represente-a em SNePS.

2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.21 (?)
Considere a seguinte informação:

> Os homens bebem cerveja.
>
> Os capelões não bebem cerveja.
>
> Os capelões são homens.
>
> Os marinheiros são homens.
>
> O Jorge é capelão e marinheiro.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.22 (AC)
Considere a seguinte informação:

> As aves voam.
>
> Os piriquitos são aves.
>
> Os pinguins são aves.
>
> Os pinguins não voam.
>
> O Piupiu é um pinguim.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.23 (AC)
Considere a seguinte informação:

> As máquinas compactas são máquinas fotográficas.
>
> As máquinas reflex são máquinas fotográficas.
>
> As máquinas compactas não têm zoom.

As máquinas reflex têm zoom.

A Xpto1 é uma máquina compacta que tem zoom.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.24 (JPM)
Considere a seguinte informação:

As canetas escrevem.

As canetas sem tinta não escrevem.

As canetas com a tinta seca não escrevem.

As canetas antigas têm a tinta seca.

A Concklin é uma caneta antiga.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.25 (AC)
Considere a seguinte informação:

Os chocolates contêm sólidos de cacau.

Os chocolates de leite são chocolates.

Os chocolates brancos são chocolates.

Os chocolates brancos não contêm sólidos de cacau.

O Galak é um chocolate branco.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.26 (AC)
Considere a seguinte informação:

As crianças não bebem cerveja.

Os alemães bebem cerveja.

O Dieter é alemão.

O Dieter é uma criança.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.27 (?)
Considere a seguinte informação:

Os Quakers são pacifistas.

Os Republicanos não são pacifistas.

O Nixon é Quaker.

O Nixon é Republicano.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.28 (AC)
Considere a seguinte informação:

Os elefantes são cinzentos.

Os elefantes brancos não são cinzentos.

Os elefantes brancos são elefantes.

O Dumbo é um elefante branco.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.29 (AC)
Considere a seguinte informação:

Os estudantes não são empregados.

Os adultos são empregados.

O Zé é estudante.

O Zé é adulto.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

Exercício 8.30 (AC)
Considere a seguinte informação:

Os animais com bico são aves.

Os animais com pelos não são aves.

Os ornitorrincos são animais que têm pelos e bico.

O Orn é um ornitorrinco.

1. Represente-a em SNePS.
2. Utilizando as fbfs suportadas do SNePS, mostre que se chega a uma contradição quando se faz inferência para a frente com a última frase. Indique uma forma de a resolver.

9 KEE — Representação e TellAndAsk

Resumo:

Os enquadramentos servem para representar hierarquias de conceitos. Algumas das noções importantes são:

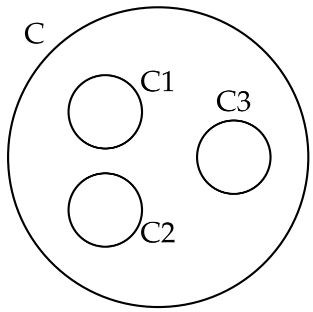
- Base de conhecimento — conjunto de unidades que pertencem a um determinado domínio e que estão organizadas hierarquicamente (em uma ou mais hierarquias)
- Unidades — representam os objectos do domínio
  - Classe
  - Instância
- Atributos — representam as propriedades das unidades
  - De membro — são propagados para as subclasses e para as instâncias (neste caso passam a ser próprios). Ex: para a classe das aves, os atributos "número de patas" e "cor" seriam atributos de membro; o primeiro teria por omissão o valor 2 e a cor não teria valor por omissão, porque existem aves de muitas cores diferentes.
  - Próprios — pertencem a uma determinada unidade e não são propagados. Ex: na classe das aves, o atributo "maior ave"; todos os atributos das instâncias são atributos próprios.
- Facetas — são características dos atributos
  - Forma de herança
    - `OVERRIDE` — Aplica-se a atributos que só podem ter um valor. Quando não existe valor próprio, fica com o valor herdado do primeiro pai. Um valor mais específico (ou local) sobrepõe-se a um valor mais geral. Quando há conflito, seguem-se as superclasses pela ordem especificada (pelo utilizador).
    - `OVERRIDE.VALUES` — Similar ao anterior, mas aplica-se a atributos que podem ter mais que um valor.
    - `UNION` — União dos valores herdados (de todos os pais) com o valor local.
    - `UNIQUE` — Bloqueia a herança.
    - `METHOD` — Pode-se activar um procedimento para determinar o resultado da herança.
  - Classe de valores
    - `(ONE.OF <obj 1> ... <obj n>)`
      Um **ou mais** dos objectos indicados.
    - `(SUBCLASS.OF <classe>)`
    - `(MEMBER.OF <classe>)`
    - `(UNION <classe 1> ... <classe n>)`
    - `(INTERSECTION <classe 1> ... <classe n>)`
  - Cardinalidade
    - Máxima

    * Mínima
  - Valor
    * Valor pertencente à classe de valores
    * UNKNOWN ou — quando não se conhece o valor
    * NIL quando não tem valor

A linguagem TellAndAsk:

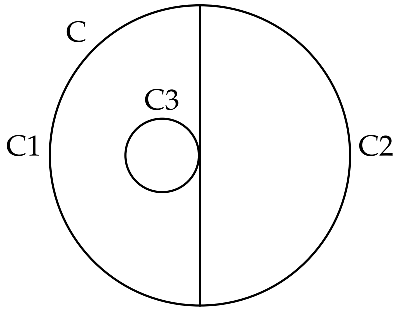
- Expressões básicas
  - (SUBCLASS.OF <subclasse> <superclasse>)
  - (IN.CLASS <membro> <classe>)
  - (MEMBER.VALUE <nome atributo> <nome unidade> <valor>)
  - (OWN.VALUE <nome atributo> <nome unidade> <valor>)
  - (MEMBER.VALUE.IN.CLASS <nome atributo> <nome unidade> <classe>)
  - (OWN.VALUE.IN.CLASS <nome atributo> <nome unidade> <classe>)
  - (MEMBER.MIN.CARD <nome atributo> <nome unidade> <inteiro>)
  - (OWN.MIN.CARD <nome atributo> <nome unidade> <inteiro>)
  - (MEMBER.MAX.CARD <nome atributo> <nome unidade> <inteiro>)
  - (OWN.MAX.CARD <nome atributo> <nome unidade> <inteiro>)
- Expressões compostas — são definidas à custa das expressões básicas, combinadas através da utilização de operadores lógicos (AND, OR, NOT e EQUAL)
- Comandos
  - ASSERT
  - QUERY
  - RETRACT

  Outros comandos para a construção de hierarquias vão ser introduzidos nos exemplos.
- Quando num ASSERT aparece o nome de uma unidade que ainda não existe, ela é criada automaticamente. O mesmo acontece com os atributos, desde que exista a unidade a que pertencem.
- Regras de produção:(IF <condicao> THEN <accoes>)
- Os vários tipos de decomposição:
  - DECOMPOSITION.DISJOINT — $(C1 \cup C2 \cup C3) \subset C$, $(C1 \cap C2 \cap C3) = \{\}$.

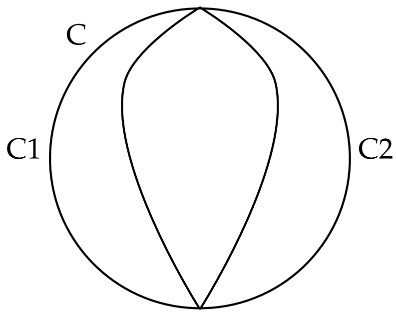


Exemplo: $C = Mamiferos, C1 = Humanos, C2 = Morcegos, C3 = Baleias$.

- `DECOMPOSITION.COMPLETE` — $(C1 \cup C2 \cup C3) = C$.

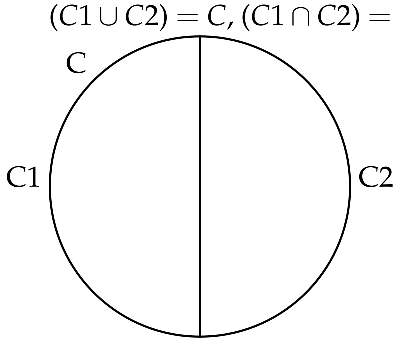


Exemplo: $C = Inteiros, C1 = Impares, C2 = Pares, C3 = Primos$ (existe um número primo que é par, o 2).



Exemplo2: $C = Inteiros, C1 = Maioresque5, C2 = Menoresde10$

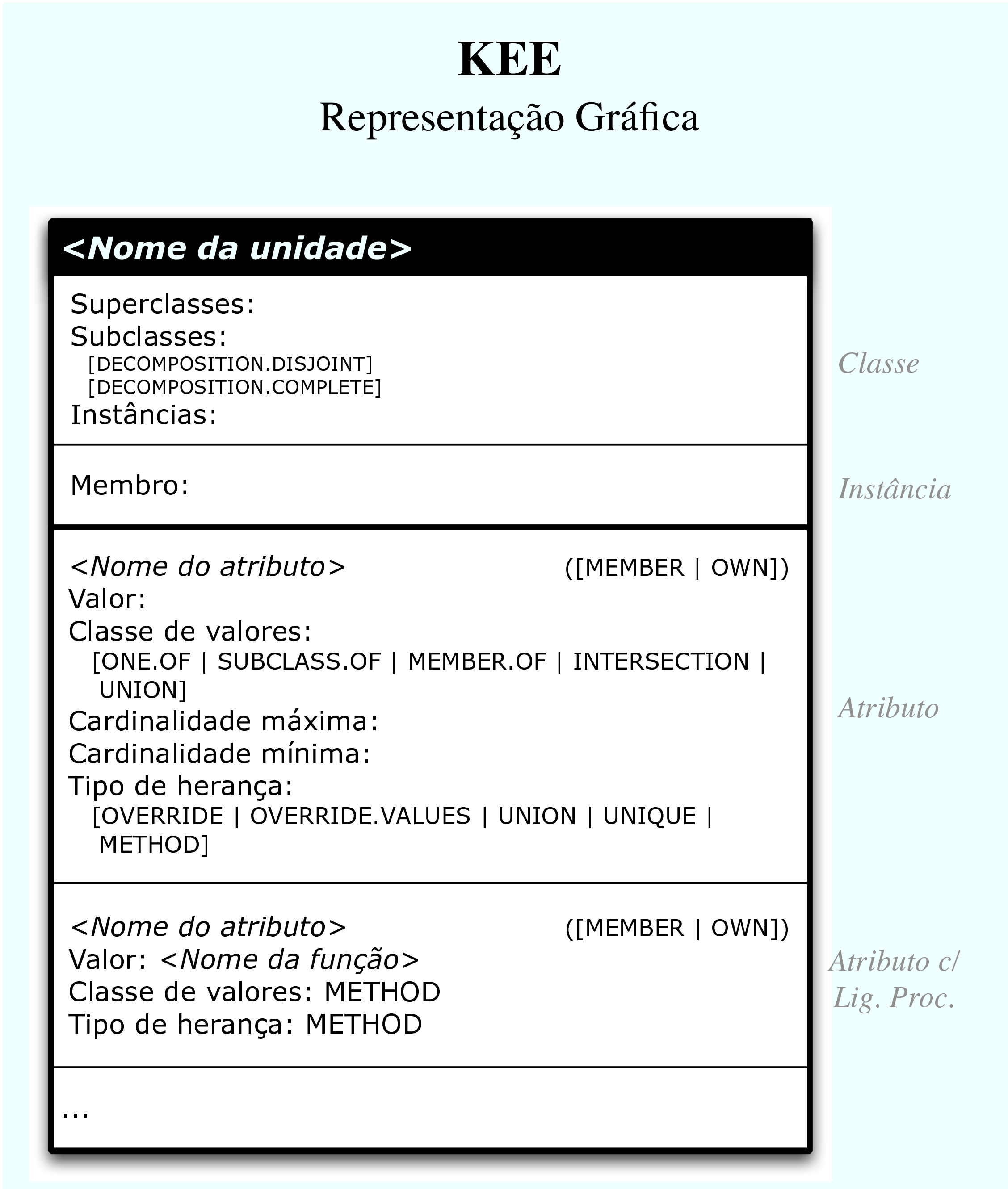
- `DECOMPOSITION.DISJOINT, DECOMPOSITION.COMPLETE` — $(C1 \cup C2) = C$, $(C1 \cap C2) = \{\}$.



Exemplo: $C = Humanos, C1 = Homens, C2 = Mulheres$ ou então $C = Inteiros, C1 = Impares, C2 = Pares$.

Representação para os enquadramentos a ser usada nas aulas e no exame[5]:

[5]Figura feita pela Carla Penedo.



Num determinado enquadramento, é sempre necessário escrever, para além do seu nome, as suas superclasses, subclasses e instâncias directas ou então as classes de que é membro directo. Isto serve para indicar se o enquadramento corresponde a uma classe ou a uma instância e qual a sua relação com os outros enquadramentos. De notar que devem aparecer apenas as directas, porque as outras podem ser inferidas pelo KEE.

Quando há herança de atributos, em princípio devemos escrever só o que mudou. Se for tudo igual à superclasse, escrevemos apenas o nome e o tipo do atributo. Nas instâncias, é necessário lembrar que todos os atributos passam a `OWN`.

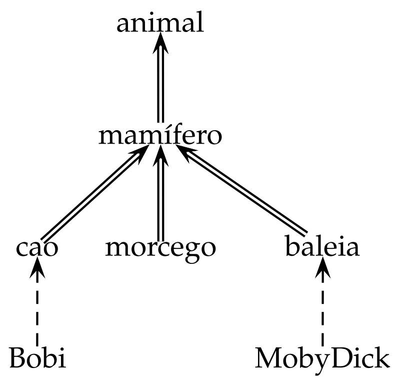
Quando se quer representar que uma determinada linha do enquadramento não tem qualquer valor, deve aparecer a palavra `NIL`.

Quando se quer representar que se desconhece o valor de uma determinada linha, pode aparecer apenas — (o correcto seria `UNKNOWN`).

As funções e regras de produção usadas devem estar todas definidas em LISP no fim da representação dos vários enquadramentos.

Exercícios

Exercício 9.1 (AC+SP)
Considere a seguinte hierarquia:



Em que:
a $\Longrightarrow$ b significa que todos os *a*s são *b*s
A $- - \rightarrow$ b significa que este A é um *b*

Represente-a em KEE, considerando os atributos *forma de deslocação* e *o maior mamífero*.

1. Graficamente

2. Usando a linguagem TellAndAsk

Resposta:

Tal como tem acontecido com a resolução deste exercício noutros formalismos, a solução que se apresenta aqui não é a única possível, nem necessariamente a melhor. Provavelmente "a melhor" solução não existe; existe, isso sim, o melhor compromisso entre a qualidade de uma representação e a sua complexidade, tempo de implementação, etc. para uma determinada aplicação real.

Neste exercício, podemos discutir, por exemplo, se faz ou não sentido dizer que as subclasses de Animal são disjuntas quando apenas aparecem Mamíferos na hierarquia; mas se acrescentarmos novas subclasses (Aves, ...) isso já estará feito e não corremos o risco de nos esquecermos.

Também é discutível se devemos impor apenas uma forma de deslocação aos Animais ou se devemos dizer que eles não têm superclasses ou apenas que ainda não as conhecemos (podemos depois acrescentar os Seres Vivos).

Fica ao critério de cada um escolher a solução que achar mais adequada, dentro de certos limites (não faz sentido dizer que cada animal tem pelo menos 5 formas de deslocação, ...).

1.

Animal
Superclasses: —
Subclasses: Mamífero
DECOMPOSITION.DISJOINT
Instâncias: —
Fdd (MEMBER)
Valor: —
Classe de valores: (ONE.OF Andar, Voar, Nadar)
Cardmin: 1
Cardmax: 1
Tipo de herança: OVERRIDE

Mamífero
Superclasses: Animal
Subclasses: Cão, Morcego, Baleia
DECOMPOSITION.DISJOINT
Instâncias: —
Fdd (MEMBER)
Valor: Andar
O-Maior (OWN)
Valor: —
Classe de valores: (MEMBER.OF Baleia)
Cardmin: 1
Cardmax: 1
(não tem tipo de herança porque nunca é herdado)

Cão
Superclasses: Mamífero
Subclasses: —
Instâncias: Bobi
Fdd (MEMBER)

Morcego
Superclasses: Mamífero
Subclasses: —
Instâncias: —
Fdd (MEMBER)
Valor: Voar

Baleia
Superclasses: Mamífero
Subclasses: —
Instâncias: MobyDick
Fdd (MEMBER)
Valor: Nadar

Bobi
Membro: Cão
Fdd (OWN)

MobyDick
Membro: Baleia
Fdd (OWN)

2.
```
(ASSERT '(SUBCLASS.OF Mamífero Animal))
(ASSERT '(SUBCLASS.OF Cão Mamífero))
(ASSERT '(SUBCLASS.OF Morcego Mamífero))
(ASSERT '(SUBCLASS.OF Baleia Mamífero))

(ASSERT '(IN.CLASS Bobi Cão))
(ASSERT '(IN.CLASS MobyDick Baleia))

(ASSERT '(MEMBER.VALUE.CLASS Fdd Animal
                             (ONE.OF Andar, Voar, Nadar)))
(ASSERT '(MEMBER.MIN.CARD Fdd Animal 1))
(ASSERT '(MEMBER.MAX.CARD Fdd Animal 1))
(ASSERT '(MEMBER.INHERITANCE.ROLE Fdd Animal OVERRIDE))

(ASSERT '(MEMBER.VALUE Fdd Mamífero Andar))

(ASSERT '(OWN.VALUE.IN.CLASS O-Maior Mamífero Baleia))
(ASSERT '(OWN.MIN.CARD O-Maior Mamífero 1))
(ASSERT '(OWN.MAX.CARD O-Maior Mamífero 1))

(ASSERT '(MEMBER.VALUE Fdd Morcego Voar))

(ASSERT '(MEMBER.VALUE Fdd Baleia Nadar))
```

Exercício 9.2 (AC+SP)
Com base no exercício anterior, pretende-se considerar também o tipo de alimentação dos animais. Enumere as vantagens e desvantagens das seguintes alternativas:

A. Usar um novo atributo tipo-de-alimentação

B. Criar uma nova hierarquia com as classes: omnívoro, carnívoro e herbívoro

Resposta:

Critério	Alternativa A	Alternativa B
Simplicidade da hierarquia	+ hierarquia mais simples	- hierarquia mais complexa
Enriquecimento conceptual do sistema	- não acrescenta novos conceitos	+ temos novos conceitos acerca dos quais "podemos falar"
Consistência com conhecimento anterior	+ é mais consistente com o que já foi feito para a forma-de-deslocação	
Alterações ao conhecimento representado	+ implica menos mudanças na hierarquia existente	
Tratamento de valores por omissão	+ facilidade para tratar valores por omissão - quando há alterações, é necessário cancelar explicitamente os valores do atributo tipo-de-alimentação	- como não há valores por omissão, quando se cria um novo animal é necessário dizer a que classe é que ele pertence + não é necessário cancelar explicitamente os valores do atributo tipo-de-alimentação
Herança múltipla	não tem	- possibilidade de conflitos com herança múltipla

Exercício 9.3 (AC+SP)
Suponha que pretende saber a quantidade de alimento que cada animal deve ingerir diariamente e que essa quantidade pode ser calculada da seguinte forma:

$$QuantidadeDeAlimento = \frac{Peso * Altura}{Idade}$$

Como representaria essa informação em KEE?

Resposta:

Seriam necessários 4 novos atributos para os animais, com valores reais.

Peso e Altura são dados pelo utilizador do sistema.

Idade tanto pode ser dada pelo utilizador como pode ser um procedimento do tipo if-needed (ou criado), que quando é necessário faz a diferença entre a data actual e a data de nascimento do animal; neste caso seria também necessário um atributo para a data de nascimento do animal.

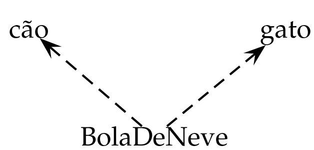
O atributo QuantidadeDeAlimento seria um procedimento do tipo if-needed, que de cada vez que se tentasse saber o seu valor ia buscar os valores dos outros atributos e fazia a conta. O código deveria ser escrito em LISP. Deveria ficar algo parecido com:

```
(defun QuantidadeDeAlimento (unit)
   (/ (* (get-value unit 'peso)
         (get-value unit 'altura))
      (get-value unit 'Idade)))
```

Exercício 9.4 (AC+SP)
Represente em KEE que o BolaDeNeve ou é um gato ou é um cão (mas não os dois simultaneamente).

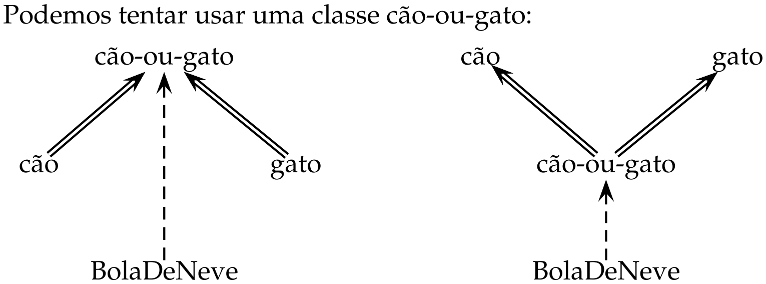
Resposta:

- Primeira tentativa: usando apenas as classes em KEE e as suas propriedades



Mas assim o BolaDeNeve é cão e gato simultaneamente!!!

Podemos tentar usar uma classe cão-ou-gato:



Neste caso, não sabemos exactamente se a classe cão-ou-gato corresponde à união ou à intersecção das classes cão e gato. Esta classe não existe na realidade, por isso não está conceptualmente correcta.

Para além disso, a representação da direita não garante que cão e gato são disjuntas nem que o BolaDeNeve é membro de pelo menos uma delas.

Mesmo se, usando a representação da esquerda, dissermos que a decomposição das subclasses de cão-ou-gato é disjunta e completa, continuamos a ter o problema de esta classe não estar conceptualmente correcta.

- Segunda tentativa: usando a linguagem TellAndAsk

```
(ASSERT '(OR (AND (IN.CLASS BolaDeNeve Cão)
                  (NOT (IN.CLASS BolaDeNeve Gato)))
             (AND (NOT (IN.CLASS BolaDeNeve Cão))
                  (IN.CLASS BolaDeNeve Gato))))
```

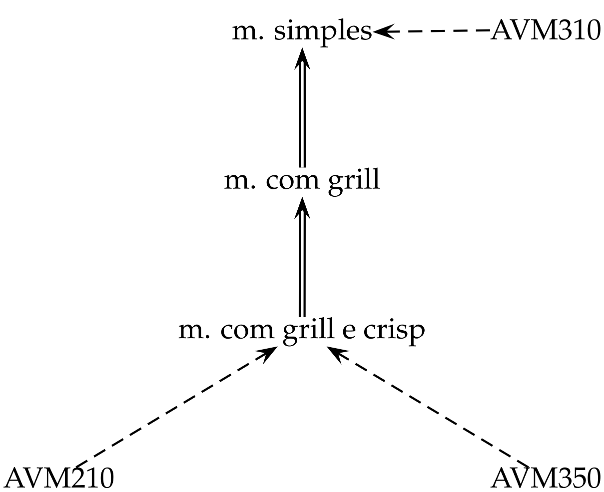
Nem todos os sistemas de enquadramentos têm uma linguagem deste género, por isso nem sempre é possível representar este tipo de informação.

Exercício 9.5 (AC+SP)
Como representar relações de parentesco em KEE?

Resposta:

Precisava de atributos para Sexo, Pai, Mãe e Conjuge. Os outros graus de parentesco (irmão, tio, avó, etc) seriam também representados em atributos, mas usando procedimentos, que seriam executados de cada vez que se tentasse saber o seu valor (do tipo if-needed).

Exercício 9.6 (AC)
Represente em KEE a seguinte hierarquia de fornos microndas, considerando os atributos *potência*, *capacidade* e *dimensão do prato*.



Em que:

a ⟹ b significa que todos os *a*s são *b*s
A - - ➤ b significa que este A é um *b*

Considerando que:

Quando a capacidade é 34 L, a dimensão do prato é 36cm.

Quando a capacidade é 27 L, a dimensão do prato é 32cm.

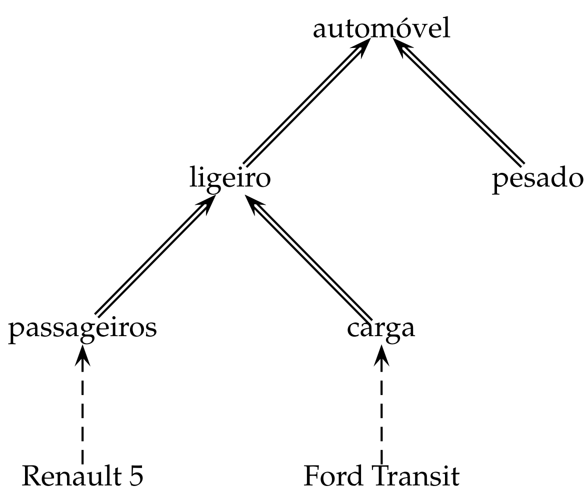
Os microndas com grill e crisp têm um acessório adicional que é o prato crisp.

> Os microndas com grill têm dois valores de potência, um para o grelhador e outro para as microndas.
>
> O AVM310 e o AVM350 têm uma capacidade de 27 L.
>
> O AVM210 tem uma capacidade de 34 L.

Exercício 9.7 (AC)
Represente em KEE a seguinte informação:

> Existem vários tipos de aviões (passageiros, recreio e militares), que se distinguem de acordo com o que transportam (pessoas, turistas ou militares, respectivamente) e com o seu tamanho (grandes, pequenos ou médios, respectivamente).
>
> Cada avião pode ter zero ou mais motores: os planadores são aviões de recreio sem motor, mas os aviões de passageiros têm em geral dois motores.
>
> O "Falcão" é um avião de recreio e o "Enolagay" é um avião militar.

Exercício 9.8 (AC)
Considere a seguinte hierarquia:



Em que:

$a \Longrightarrow b$	significa que todos os *a*s são *b*s
$A \dashrightarrow b$	significa que este A é um *b*

Represente-a em KEE, considerando para os automóveis os atributos *tipo de combustível* (Diesel ou Gasolina) e *marca*, e a seguinte informação:

> A marca do Renault 5 é Renault.
>
> A marca da Ford Transit é Ford.
>
> Os veículos ligeiros de carga podem levar carga. Os ligeiros de passageiros não.
>
> O tipo de combustível do Renault 5 é gasolina, e do Ford Transit é Diesel.
>
> Os ligeiros de carga têm o atributo *carga máxima*, que é um real.

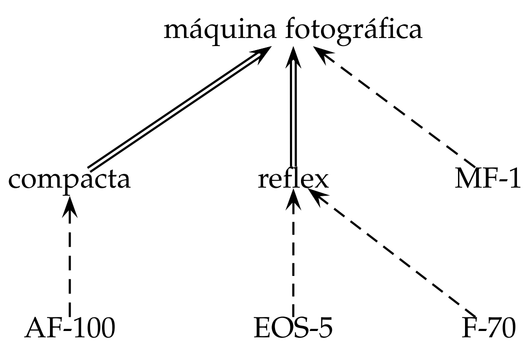
Exercício 9.9 (AC)
Represente em KEE a seguinte informação:

> Os mamíferos são animais.
>
> Os mamíferos têm pêlos e produzem leite.
>
> Os cães são mamíferos.
>
> Os ornitorrincos são mamíferos que põem ovos.
>
> O Bobi é um cão.
>
> O Platipus é um ornitorrinco.

Com base na sua representação, qual seria a resposta às perguntas:

> Qual o tipo de pele do Platipus?
>
> O Bobi põe ovos?

Exercício 9.10 (AC)
Considere a seguinte hierarquia:



Em que:

a $\Longrightarrow$ b	significa que todos os *a*s são *b*s
A $\dashrightarrow$ b	significa que este A é um *b*

Represente-a em KEE, considerando os atributos *possibilidade de colocar filtro*, *marca* e *a melhor* e que:

> As compactas em geral não permitem a colocação de filtro, mas a AF-100 permite.
>
> A AF-100 e a F-70 são da marca Nikon.
>
> As máquinas reflex permitem a colocação de filtro.
>
> A EOS-5 é uma Canon.
>
> A MF-1 permite a colocação de filtro.

Exercício 9.11 (AC)
Considere a seguinte informação:

> Existem vários tipos de estradas: locais, nacionais e auto-estradas.
>
> As estradas podem ter ou não ter buracos.
>
> As estradas locais têm buracos, mas as auto-estradas não têm buracos.
>
> As auto-estradas portuguesas são auto-estradas que têm buracos.
>
> A melhor estrada é a A34, que é uma auto-estrada.

Represente-a em KEE, começando por esquematizar a hierarquia que lhe corresponde.

Exercício 9.12 (AC)
Considere a seguinte informação:

> Existem vários tipos de queijos: queijos nacionais e queijos estrangeiros.
>
> Os queijos são identificados pelo seu país de origem e pelo seu tipo.
>
> Os queijos nacionais são também identificados pela sua região de origem.
>
> Os queijos Gouda são queijos holandeses do tipo flamengo.
>
> O G1 é um queijo Gouda.
>
> Os Queijos da Serra são queijos nacionais da região da Serra da Estrela. Em geral são do tipo amanteigado.
>
> O maior queijo é um Emmental Suiço.

Represente-a em KEE, começando por esquematizar a hierarquia que lhe corresponde.

Exercício 9.13 (AC)
Considere a seguinte informação:

> Existem vários tipos de chocolate: o chocolate de leite, o chocolate amargo e o chocolate branco.
>
> Uma das características dos chocolates é a sua cor.
>
> As calorias de um chocolate são calculadas como sendo 10 calorias por cada grama de chocolate.
>
> O chocolate amargo é castanho escuro, o chocolate de leite é castanho claro e o chocolate branco é amarelo.
>
> O “Lindt d’Or 1” é um chocolate de leite.
>
> O “Galak 1” é um chocolate branco que pesa 100g.
>
> O melhor chocolate é um chocolate de leite (mas não se sabe exactamente qual).

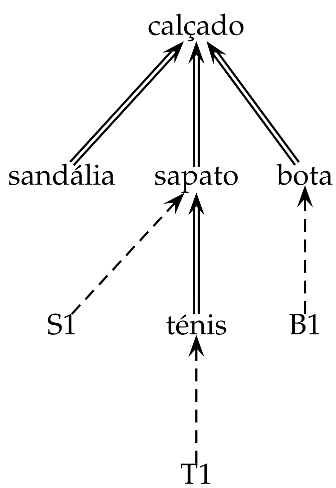
1. Represente-a em KEE, começando por esquematizar a hierarquia que lhe corresponde.

2. Com base na sua representação, diga, justificando, qual seria a resposta do KEE às perguntas:

   (a) De que cor é o “Lindt d’Or 1”?

   (b) Quantas calorias tem o “Galak 1”?

Exercício 9.14 (AC)
Considere a seguinte hierarquia:



Em que:

a ⟹ b	significa que todos os *a*s são *b*s
A - - ➤ b	significa que este A é um *b*

Represente-a em KEE, considerando que:

O calçado pode ter ou não ter salto e é de alguma cor.

Os sapatos mais confortáveis são os ténis (mas não se sabe exactamente quais).

As botas são ainda caracterizadas pela altura do cano.

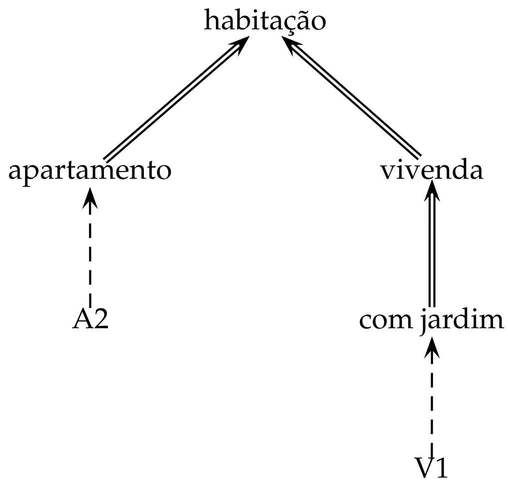
Os ténis em geral não têm salto.

S1 são uns sapatos azuis sem salto.

T1 são uns ténis amarelos com salto.

B1 são umas botas castanhas com um cano de 10cm.

Exercício 9.15 (AC)
Considere a seguinte hierarquia:



Em que:

a $\Longrightarrow$ b significa que todos os *a*s são *b*s

A $\dashrightarrow$ b significa que este A é um *b*

Represente-a em KEE, considerando os atributos *área*, *jardim?*, *andar* e *a maior* e que:

> A área dos apartamentos é pequena ou média.
>
> A área das vivendas é média ou grande.
>
> A maior habitação é uma vivenda.
>
> O apartamento A2 tem uma área média e é um segundo andar.

10 KL-ONE — Representação

Resumo:

Nas lógicas descritivas representam-se as características definidoras dos conceitos. Por isso, não há valores por omissão nem cancelamento do que é herdado, porque se representam apenas as condições necessárias para pertencer a esse conceito.

Nas lógicas decritivas distingue-se entre:

- **Conhecimento intensional** — usado para representar conhecimento acerca dum domínio, através da definição dos conceitos nele existentes. Isto é feito na TBox (ou Terminological Component).
- **Conhecimento extensional** — usado para especificar as propriedades dos objectos existentes no domínio. Isto é feito na ABox (ou Assertional Component).

TBox

Tipos de conceitos

- **Conceitos genéricos** representam classes e podem ser:
  - **Primitivos** — definidos apenas através de condições necessárias, isto é, a definição que temos é incompleta. São representados em KL-ONE com *. Ex: "Coisa"; "Cão" é um "Mamífero" que ladra e ...
  - **Definidos** — definidos através de condições necessárias e suficientes. Ex: "Mulher" é um "Humano" do sexo feminino.
- **Conceitos individuais** representam instâncias, isto é, classes com um único elemento. O facto de serem descritos na TBox não obriga a que existam no mundo (ou seja, na ABox).

Definição de conceitos

- **Especificações taxonómicas** — relacionam um conceito com outros mais gerais ou mais específicos do que ele (superconceito/subconceito).
- **Especificações de papéis** — descrevem as relações entre as instâncias do conceito e as de outros conceitos com ele associados. Correspondem a uma generalização da noção de atributo e estão organizados numa hierarquia. Podem ser especificados através de restrições ou diferenciações.
- **Condições estruturais** — definem relações entre papéis e restringem os valores que um papel pode ter. Podem ser:
  - **Gerais** ou relações estruturais, quando especificam o modo como os papéis e os conceitos se interrelacionam.
  - **Particulares** ou "role value maps", quando correspondem a ligações entre valores de papéis.

Conceito bem formado satisfaz pelo menos uma das seguintes restrições:

- Tem mais do que um superconceito, sendo a conjunção deles
- Tem pelo menos uma restrição em relação ao seu superconceito
- É primitivo

ABox

Na ABox especificam-se as propriedades dos objectos existentes no domínio.

Passos para representar conhecimento em lógicas descritivas

1. Enumerar os termos, sem distinguir entre indivíduos, conceitos e papéis.
2. Distinguir entre conceitos, papéis e indivíduos — os conceitos têm existência independente, enquanto os papéis dependem de outros objectos para existirem; os indivíduos são os que existem no domínio.
3. Desenvolver a taxonomia de conceitos — criar uma classificação para todos os conceitos, e imaginando as suas possíveis extensões.
4. Determinar as propriedades e partes dos conceitos — para cada conceito, determinar as suas propriedades, que são os papéis: propriedades instrínsecas e extrínsecas, partes e relações com outros conceitos.
5. Determinar as restrições de número e de valor — determinar a cardinalidade e a classe de cada papel de cada conceito.
6. Determinar as restrições de valor que não foram representadas — no caso de ser necessário, representar novos conceitos na taxonomia, para respeitar as restrições de valor do passo anterior.
7. Distinguir propriedades essenciais de acessórias
8. Distinguir conceitos definidos e primitivos

Sintaxe Abstracta

Só há uma definição para cada conceito e papel.

As definições não têm ciclos.

Unique Name Assertion — nomes diferentes denotam indivíduos diferentes.

Sintaxe Abstracta das Lógicas Descritivas

Descrição de Conceitos

$\top$	conceito universal
$\bot$	conceito inconsistente
C	conceito C
$\neg\mathsf{C}$	complemento de C
$\mathsf{C}_1 \sqcap \mathsf{C}_2$	intercecção de conceitos
$\mathsf{C}_1 \sqcup \mathsf{C}_2$	reunião de conceitos
$\forall\mathsf{R.C}$	restrição de valor
$\exists\mathsf{R}.\top$	quantificação existencial limitada
$\exists\mathsf{R.C}$	quantificação existencial completa
$\geq n\mathsf{R}$	restrição de cardinalidade
$\leq n\mathsf{R}$	restrição de cardinalidade
$\{\mathsf{i}_1, \ldots, \mathsf{i}_\mathsf{n}\}$	conjunto de conceitos individuais

Descrição de Papéis

$\cup$	papel universal
R	papel R
$\neg\mathsf{R}$	complemento de R
$\mathsf{R}_1 \sqcap \mathsf{R}_2$	intercecção de papéis
$\mathsf{R}_1 \sqcup \mathsf{R}_2$	reunião de papéis
$\mathsf{R}_1 \odot \mathsf{R}_2$	composição de papéis
R^+	fecho transitivo
R^-	relação inversa

TBox

$\mathsf{C}_1 \equiv \mathsf{C}_2$	igualdade de conceitos
$\mathsf{R}_1 \equiv \mathsf{R}_2$	igualdade de papéis
$\mathsf{C}_1 \sqsubseteq \mathsf{C}_2$	inclusão de conceitos
$\mathsf{R}_1 \sqsubseteq \mathsf{R}_2$	inclusão de papéis

ABox

$\mathsf{C(a)}$	assercão de conceito
$\mathsf{R(b, c)}$	asserção de papel: o filler c preenche o papel R do conceito b

Exercícios

Exercício 10.1 (AC+SP)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

> Os mamíferos são animais.
>
> Os cães, os morcegos e as baleias são classes disjuntas de mamíferos.
>
> Os animais têm uma forma de deslocação, que é um tipo de deslocação.
>
> Andar, voar e nadar são 3 tipos de deslocação diferentes.
>
> O Bobi é um cão e a MobyDick é uma baleia.
>
> Os cães andam, as baleias nadam e os morcegos voam.

Neste sistema, poderia representar que os mamíferos normalmente andam? Porquê?

Exercício 10.2 (AC+SP)
Represente em KL-ONE que o BolaDeNeve ou é um gato ou é um cão (mas não os dois simultaneamente).

Resposta:

Na parte terminológica temos os mesmos problemas que usando apenas as classes em KEE.

Na parte asserciional, que é mais ou menos como a lógica de primeira ordem, podemos representar a informação acerca do BolaDeNeve, tal como fizémos em lógica:

$(Cao(BDN) \vee Gato(BDN)) \wedge \neg(Cao(BDN) \wedge Gato(BDN))$

Exercício 10.3 (AC+SP)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

> Uma mensagem é, entre outras coisas, uma coisa, com pelo menos um emissor (que é uma pessoa), pelo menos um receptor (que é uma pessoa), um corpo (que é um texto), uma data de emissão e uma data de recepção (que são datas).
>
> Uma mensagem de frota é uma mensagem cujo(s) emissor(es) é(são) comandante(s) de frota.
>
> Uma mensagem privada é uma mensagem com um único receptor.
>
> O Zé enviou ao Rui uma mensagem privada com o texto "Olá, bom dia.".
>
> Uma mensagem com cópia é uma mensagem que tem, entre os possíveis receptores, pelo menos um que é aquele a quem a mensagem se destina (que é o ParaReceptor) e tem pelo menos um receptor para o qual é enviada uma cópia da mensagem (o CópiaReceptor).
>
> Uma mensagem importante é uma mensagem privada cujo receptor é um empregado e cujo emissor é o chefe do receptor.

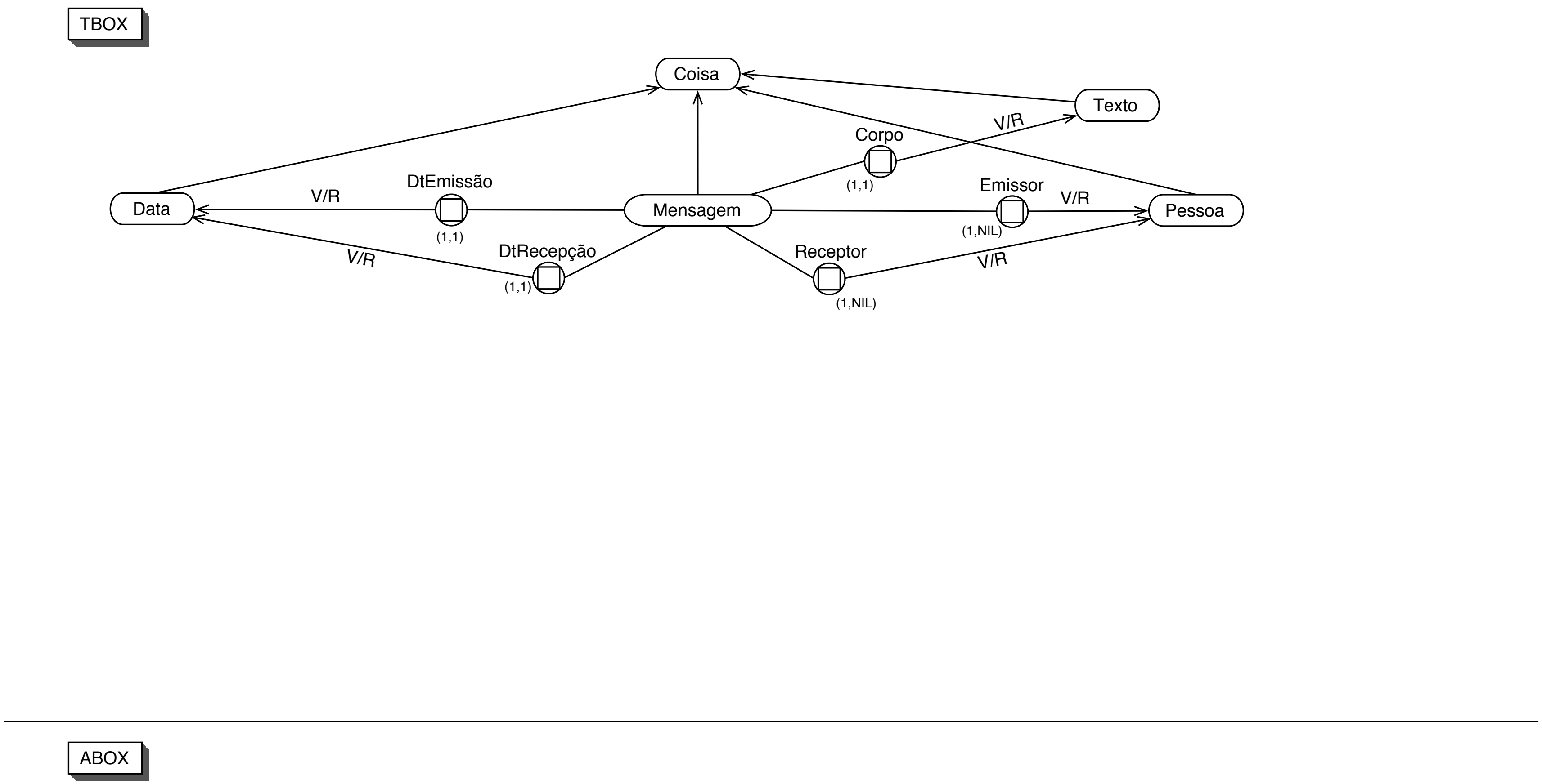
> Uma mensagem com resposta é uma mensagem com uma data de resposta, que é uma data.
>
> Uma mensagem urgente é uma mensagem com resposta que é respondida menos de uma hora depois de ser recebida. (Ou seja, uma mensagem urgente é uma mensagem com resposta cuja data de recepção e data de resposta satisfazem uma relação MenorQue, cujo menor é a data de recepção, cujo maior é a data de resposta e cuja diferença é menor que uma hora, que é um período de tempo.)

Resposta:

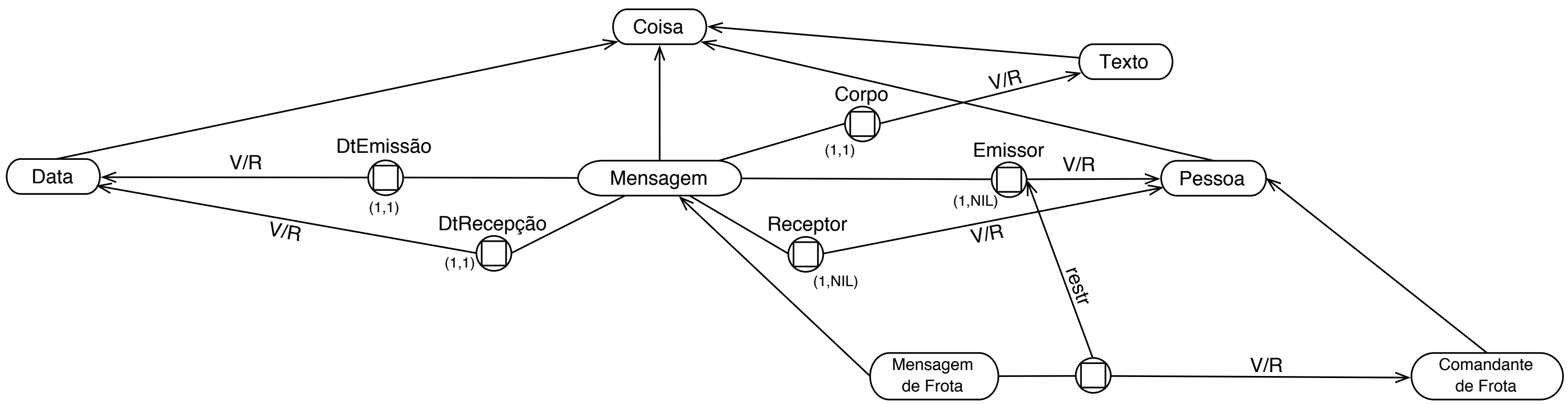
Ver figuras nas páginas seguintes.

Para representar as mensagens urgentes é ainda necessário dizer que a relação *menor que* significa que quem satisfizer o seu papel *menor* é menor que quem satisfizer o papel *maior* e que a diferença entre eles é menor que quem satisfizer o papel *diferença*.

As figuras da resposta a este exercício foram passadas para computador pela Carla Penedo.

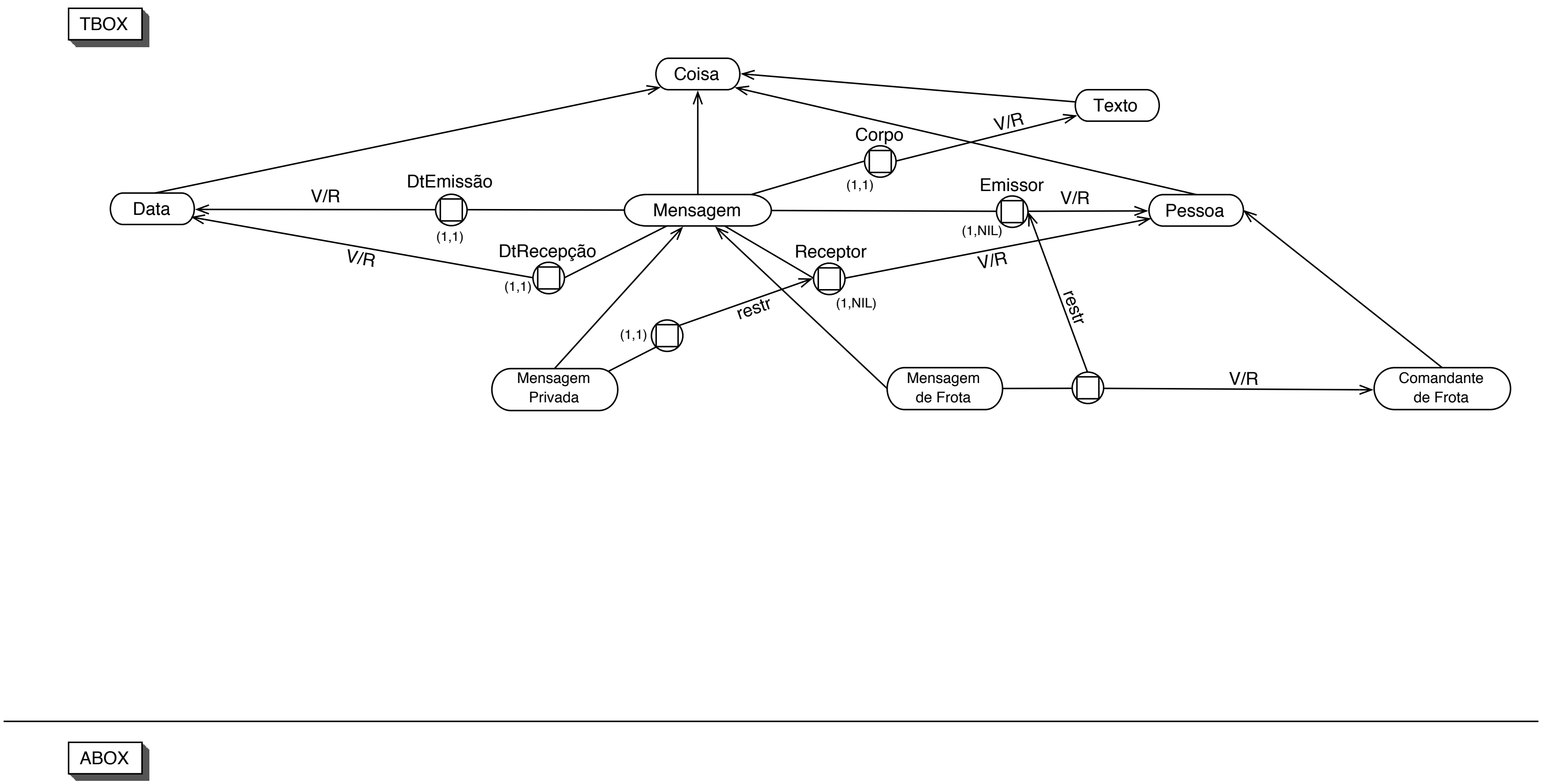

TBOX
Coisa
Texto
Corpo
V/R
(1,1)
DtEmissão
V/R
Data
(1,1)
Mensagem
Emissor
V/R
Pessoa
(1,NIL)
DtRecepção
V/R
(1,1)
Receptor
V/R
(1,NIL)
ABOX

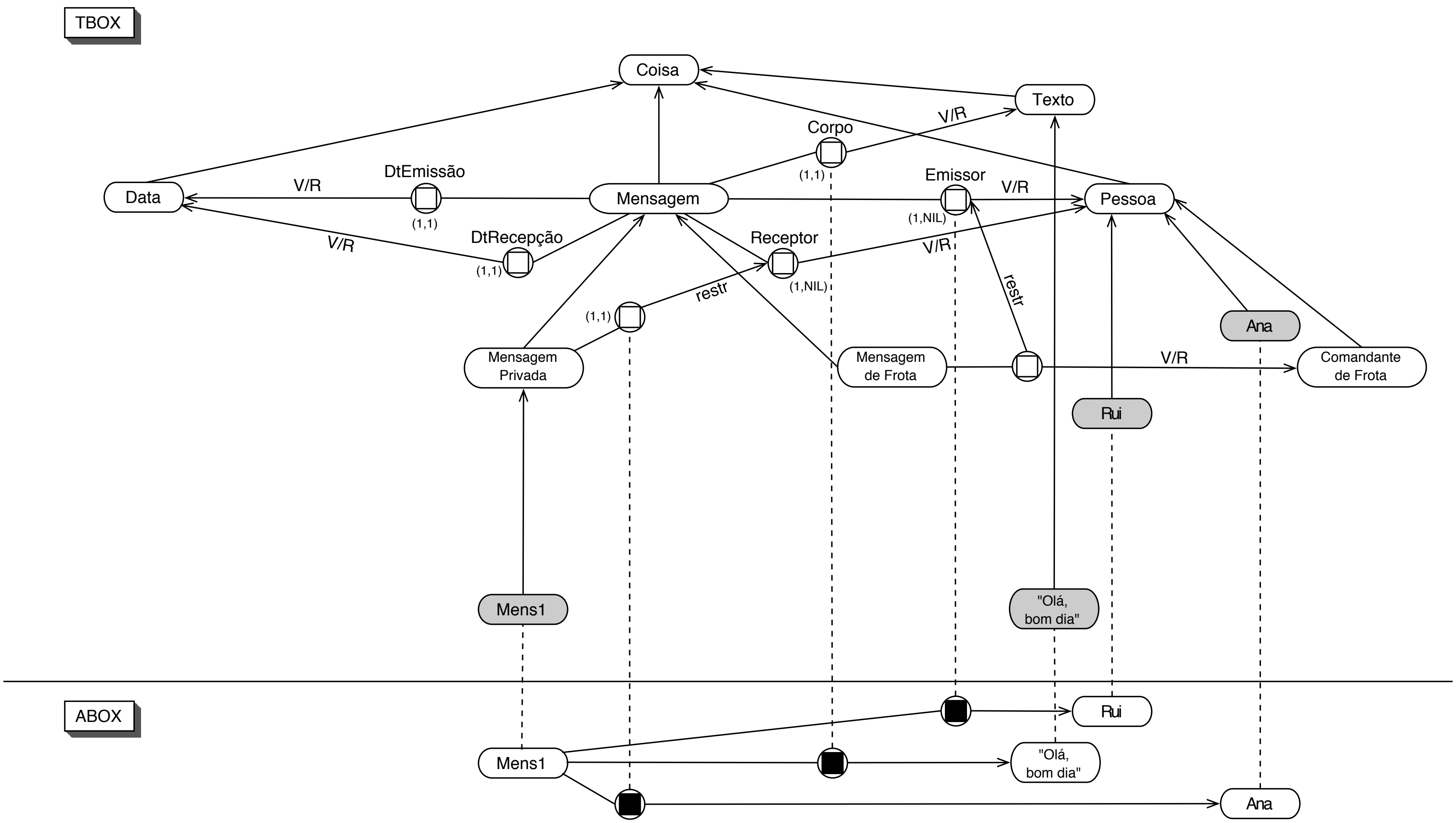
TBOX

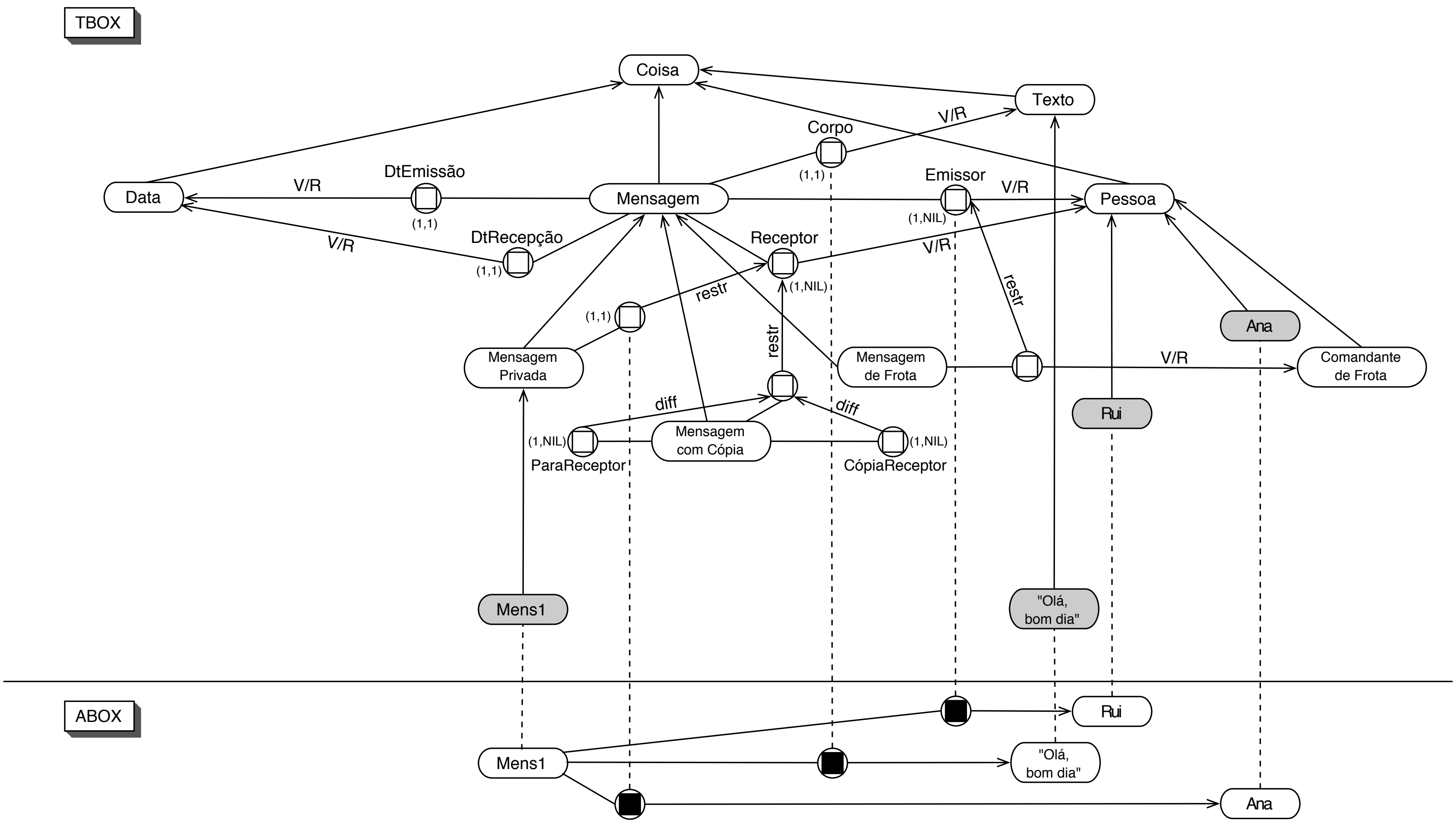


Coisa
Texto
Corpo
V/R
(1,1)
DtEmissão
Data
V/R
(1,1)
Mensagem
Emissor
V/R
Pessoa
(1,NIL)
V/R
DtRecepção
(1,1)
Receptor
V/R
(1,NIL)
restr
Mensagem de Frota
V/R
Comandante de Frota

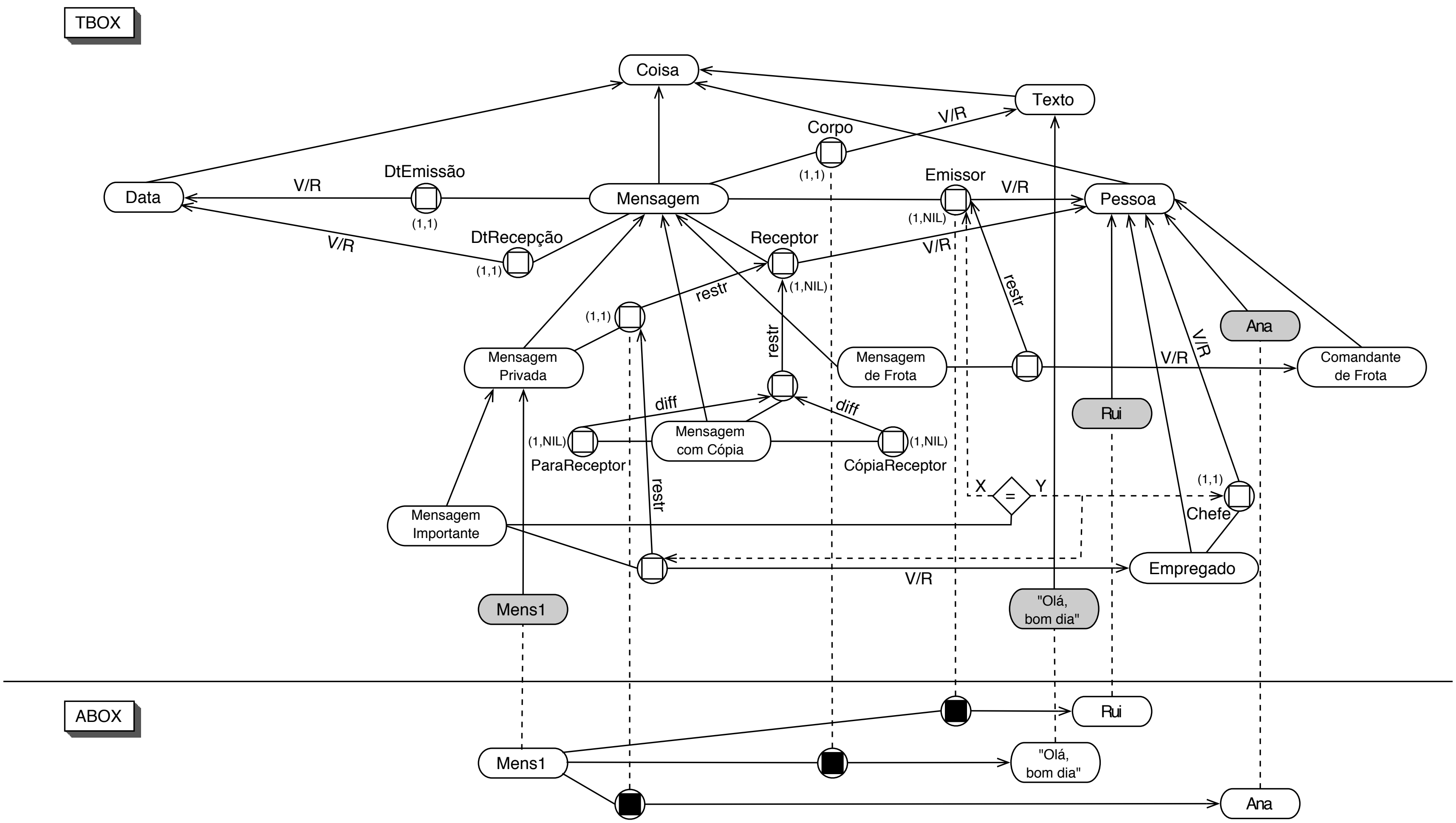
ABOX

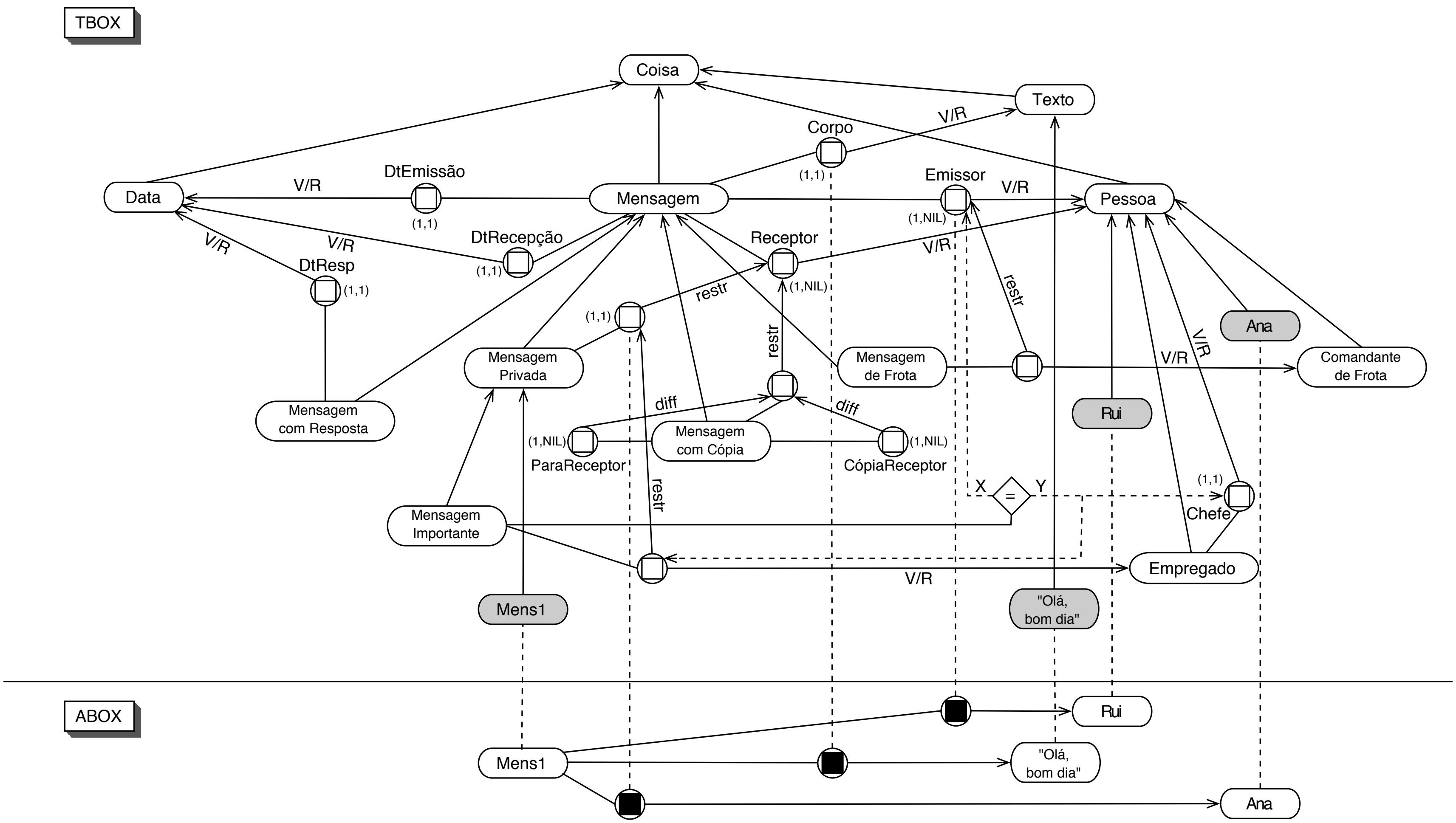

TBOX
Coisa
Texto
V/R
Corpo
(1,1)
DtEmissão
Data
V/R
Mensagem
Emissor
V/R
Pessoa
(1,1)
(1,NIL)
DtRecepção
V/R
Receptor
V/R
(1,1)
(1,NIL)
restr
restr
(1,1)
Mensagem Privada
Mensagem de Frota
V/R
Comandante de Frota
ABOX

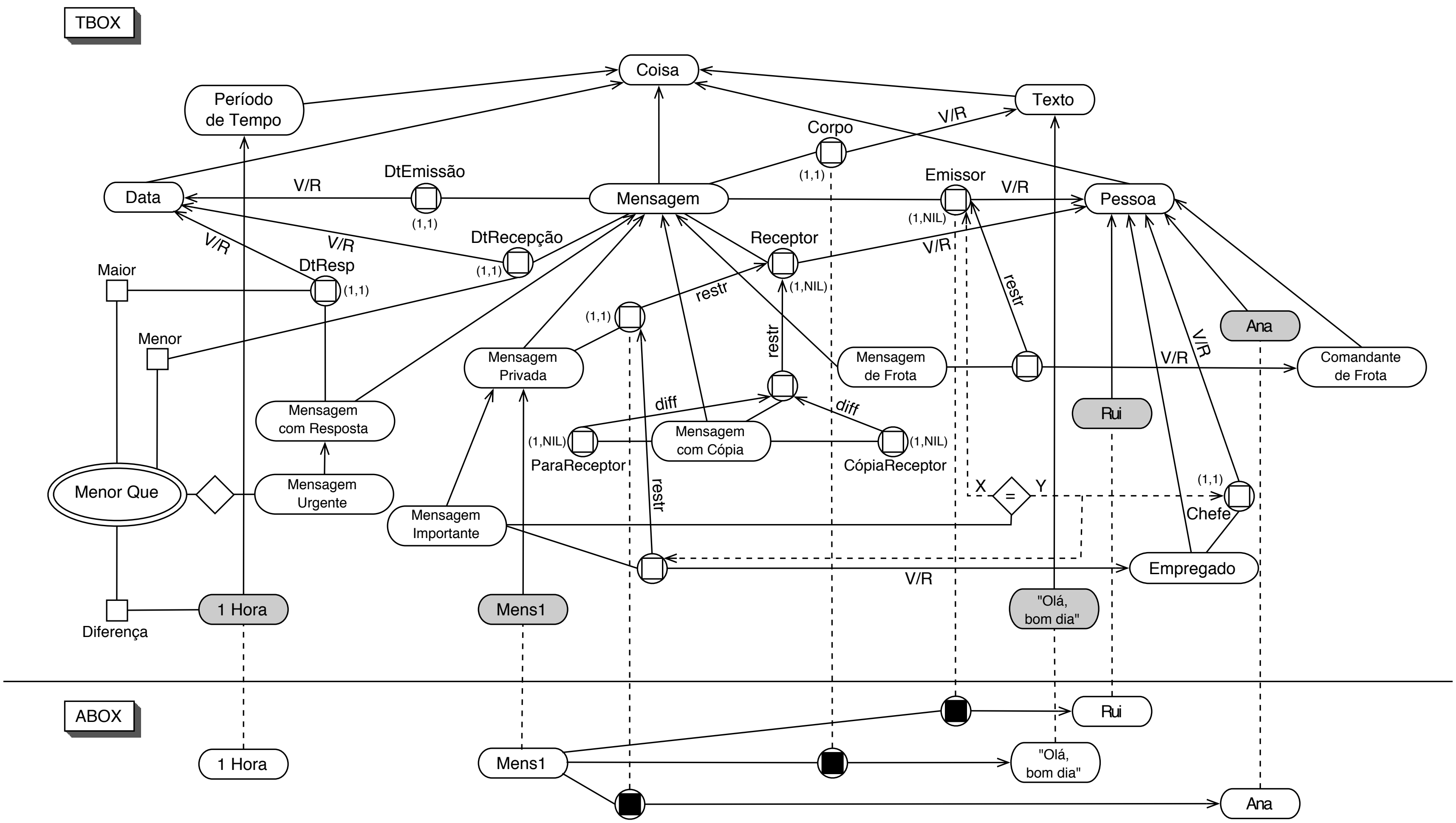

TBOX
Coisa
Texto
Corpo
V/R
(1,1)
Data
V/R
DtEmissão
(1,1)
Mensagem
Emissor
V/R
Pessoa
(1,NIL)
V/R
DtRecepção
(1,1)
Receptor
(1,NIL)
V/R
restr
restr
(1,1)
Ana
Mensagem Privada
Mensagem de Frota
V/R
Comandante de Frota
Rui
Mens1
"Olá, bom dia"
ABOX
Rui
Mens1
"Olá, bom dia"
Ana



TBOX
Coisa
Texto
Corpo
V/R
(1,1)
Data
V/R
DtEmissão
(1,1)
Mensagem
Emissor
(1,NIL)
V/R
Pessoa
V/R
DtRecepção
(1,1)
Receptor
(1,NIL)
V/R
restr
(1,1)
restr
restr
Ana
Mensagem Privada
Mensagem de Frota
V/R
Comandante de Frota
diff
diff
Rui
(1,NIL)
ParaReceptor
Mensagem com Cópia
CópiaReceptor
(1,NIL)
Mens1
"Olá, bom dia"
ABOX
Rui
Mens1
"Olá, bom dia"
Ana


TBOX
Coisa
Texto
Corpo
V/R
(1,1)
Data
DtEmissão
V/R
Mensagem
Emissor
V/R
Pessoa
(1,1)
(1,NIL)
DtRecepção
V/R
Receptor
V/R
(1,1)
(1,NIL)
restr
restr
(1,1)
restr
Ana
Mensagem Privada
Mensagem de Frota
V/R
V/R
Comandante de Frota
diff
diff
Rui
(1,NIL)
Mensagem com Cópia
(1,NIL)
ParaReceptor
CópiaReceptor
restr
X
=
Y
(1,1)
Chefe
Mensagem Importante
Empregado
V/R
Mens1
"Olá, bom dia"
ABOX
Rui
Mens1
"Olá, bom dia"
Ana


TBOX
Coisa
Texto
Corpo
V/R
(1,1)
DtEmissão
V/R
Data
Mensagem
(1,1)
Emissor
V/R
Pessoa
(1,NIL)
DtRecepção
V/R
V/R
DtResp
(1,1)
(1,1)
Receptor
V/R
restr
(1,NIL)
(1,1)
restr
restr
Ana
V/R
Mensagem Privada
Mensagem de Frota
V/R
Comandante de Frota
Mensagem com Resposta
diff
diff
Rui
(1,NIL)
Mensagem com Cópia
(1,NIL)
ParaReceptor
CópiaReceptor
restr
X
=
Y
(1,1)
Chefe
Mensagem Importante
Empregado
V/R
Mens1
"Olá, bom dia"
ABOX
Rui
Mens1
"Olá, bom dia"
Ana


TBOX
Coisa
Período de Tempo
Texto
Corpo
V/R
(1,1)
Data
DtEmissão
Mensagem
Emissor
Pessoa
(1,NIL)
DtRecepção
Receptor
DtResp
Maior
Menor
restr
(1,NIL)
Ana
Mensagem Privada
Mensagem de Frota
Comandante de Frota
Mensagem com Resposta
diff
Mensagem com Cópia
Rui
ParaReceptor
CópiaReceptor
Menor Que
Mensagem Urgente
Mensagem Importante
X
=
Y
Chefe
Empregado
1 Hora
Mens1
"Olá, bom dia"
Diferença
ABOX
1 Hora
Mens1
Rui
"Olá, bom dia"
Ana

Exercício 10.4 (AC+SP)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

> Os ângulos caracterizam-se por uma amplitude, que é uma medida angular, e que está compreedida entre 0ºe 360º.
>
> Os ângulos côncavos são ângulos que têm uma amplitude entre 0ºe 180º.
>
> Os ângulos rectos são ângulos côncavos com uma amplitude de 90º(exactamente).
>
> Os ângulos agudos são ângulos côncavos cuja amplitude é menor que 90º.
>
> Os ângulos obtusos são ângulos côncavos cuja amplitude é maior que 90º.

Exercício 10.5 (AC+SP)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

> Um polígono é uma superfície com pelo menos 3 ângulos (que são ângulos), pelo menos 3 vértices (que são pontos) e pelo menos 3 lados (que são segmentos de recta).
>
> Um quadrilátero é um polígono com exactamente 4 ângulos, 4 lados e 4 vértices.
>
> Os polígonos regulares são polígonos que têm todos os lados e todos os ângulos iguais entre si.
>
> Os quadrados são quadriláteros e polígonos regulares. Os seus ângulos têm todos uma amplitude de 90º.

Exercício 10.6 (AC+SP)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

> Uma linha é uma figura geométrica com infinitos pontos (que são pontos) e um comprimento que é uma medida linear.
>
> Uma linha rectilínea é uma linha que é caracterizada por uma direcção.
>
> Um segmento de recta é uma linha rectilínea com 2 pontos extremos, e cujo comprimento é uma medida linear finita.
>
> Uma semi-recta é uma linha rectilínea com um ponto de origem e um comprimento infinito.
>
> Uma linha recta é uma linha rectilínea com comprimento infinito.

Exercício 10.7 (AC+SP)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

> Um polígono tem pelo menos 3 lados que são segmentos de recta.
>
> Um triângulo é um polígono com 3 lados.

Um triângulo rectângulo é um triângulo cujos lados são divididos em 2 catetos e uma hipotenusa.

Os catetos do triângulo rectângulo formam um ângulo recto entre si. (Ou seja, os catetos do triângulo rectângulo estão relacionados entre si, na medida em que as suas direcções formam um ângulo recto.)

Exercício 10.8 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

Os computadores têm pelo menos um dispositivo de entrada e um dispositivo de saída, que são dispositivos de entrada e dispositivos de saída, respectivamente.

Os teclados, ratos e ecrans tácteis são dispositivos de entrada diferentes.

Os monitores, colunas e ecrans tácteis são dispositivos de saída diferentes.

Os PCs são computadores que têm como dispositivo de entrada um rato e um teclado e como dispositivo de saída um monitor e colunas.

Os quiosques multimédia são computadores que têm como dispositivo de entrada e como dispositivo de saída um ecran táctil.

Exercício 10.9 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

Os seguros de paredes e de recheio são dois tipos de seguro à habitação, cujo objecto são as paredes ou o recheio de uma habitação, respectivamente.

O seguro automóvel é um tipo de seguro, cujo objecto é um automóvel.

Os titulares de seguros são pessoas, enquanto que os objectos dos seguros são objectos passíveis de ser segurados.

Os titulares dos seguros de paredes e dos seguros de automóveis são os donos desses objectos.

Exercício 10.10 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

Um computador é uma coisa que tem um ou mais periféricos, que são Hardware, e pelo menos um processador, que é uma CPU.

As CPUs têm uma velocidade, que é uma frequência.

Um PC é um computador com apenas um processador, que é um INTEL. Dentro dos possíveis periféricos, tem pelo menos um dispositivo de entrada de dados e pelo menos um dispositivo de saída que é um ecran.

A velocidade de um PC é a velocidade do seu processador.

> Um PC Rápido é um PC cuja velocidade é superior a 4GHz.

Exercício 10.11 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

> Existem vários tipos de bebidas: água, alcoólicas e de fruta.
>
> As bebidas são caracterizadas pelos seus ingredientes, que são alimentos.
>
> As bebidas alcoólicas são também caracterizadas pelo seu teor alcoólico, que é um inteiro.
>
> As bebidas de fruta são também caracterizadas pela percentagem de sumo de fruta que contêm, que é um inteiro.
>
> Os sumos 100% são bebidas de fruta com 100% de sumo.
>
> O vinho é uma bebida alcoólica cujo teor alcoólico está entre 7 e 20.
>
> S1 é um sumo 100% e V1 é um vinho cujo teor alcoólico é 10%.

Exercício 10.12 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

> Existem vários tipos de portas lógicas: portas AND, OR e NOT.
>
> As portas lógicas têm pelo menos uma entrada e exactamente uma saída, que são valores lógicos.
>
> Os valores lógicos são TRUE e FALSE.
>
> As portas NOT têm apenas uma entrada e uma saída.
>
> A saída das portas NOT é a negação da sua entrada (ou seja: a sua entrada e a sua saída satisfazem a relação negação).
>
> N1 é uma porta NOT com entrada TRUE e saída FALSE.
>
> A1 é uma porta AND com as duas entradas e a saída a TRUE.

Exercício 10.13 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

> Os mamíferos e os peixes são animais.
>
> Os animais podem ter zero ou mais pernas (que são pernas).
>
> Os mamíferos têm no máximo 4 pernas e exactamente um pescoço (que é um pescoço).
>
> Os homens são mamíferos com duas pernas.
>
> As pernas dos homens são mais compridas que o seu pescoço.

Os peixes não têm pernas. No entanto, têm pelo menos duas barbatanas (que são barbatanas).

O Zé é um homem e P1 é o seu pescoço.

Exercício 10.14 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

Existem vários tipos diferentes de recipientes de cozinha: tachos, frigideiras e panelas, que podem ou não ter pegas (que são pegas).

Os recipientes de cozinha são caracterizados pelo seu diâmetro e pela sua altura (que são números).

A altura das panelas é maior que o seu diâmetro.

As panelas têm duas pegas e uma tampa (que é uma tampa).

As frigideiras têm apenas uma pega.

As tampas das panelas de pressão são tampas herméticas.

A PN1 é uma panela de pressão com duas pegas P1 e P2 e com a tampa T2.

Exercício 10.15 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

As árvores têm um tronco e vários ramos.

O tronco das árvores suporta os seus ramos.

As árvores de fruto são árvores que dão frutos.

As laranjeiras e os limoeiros são árvores de fruto que dão laranjas e limões, respectivamente.

A L1 é uma laranjeira com tronco T1 e que deu a laranja L2.

Exercício 10.16 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação acerca de diferentes tipos de queijo:

Os queijos têm diversos ingredientes, que são alimentos.

Leite, sal, coalho e noz são alimentos.

Dos vários ingredientes, existe um que é o principal: o leite.

O ingrediente principal do Queijo da Serra é o leite de cabra.

Os queijos também são caracterizados pelo seu peso, que é um número.

O peso dos queijos Emmental é maior do que o peso dos queijos da Serra.

Os queijos Frescos têm exactamente três ingredientes: leite, coalho e sal.

O "S1" é um Queijo da Serra que pesa um kilo.

Exercício 10.17 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

Os apartamentos e as vivendas são dois tipos diferentes de habitações.

As habitações têm várias divisões (que são divisões).

Cada divisão tem a sua área, que é um número.

Nas divisões de cada habitação existe uma que é uma cozinha e outra que é um WC.

A área do WC de cada habitação é menor do que a área da cozinha dessa habitação.

As vivendas têm um jardim, que é um espaço aberto.

Os T1 são apartamentos que têm exactamente 4 divisões.

A "Viv" é uma vivenda cujo jardim é a "Di" é uma divisão com área 100.

Exercício 10.18 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

Existem vários tipos de estradas: locais, regionais e auto-estradas.

As estradas são caracterizadas pelo número de faixas, que é um número.

As estradas locais têm duas faixas e as auto-estradas quatro ou mais.

O número de faixas das auto-estradas é maior do que o número de faixas das estradas locais.

Cada estrada passa por duas ou mais localidades (que são localidades).

Das localidades por onde uma estrada passa, existe uma que é o seu início e outra que é o seu fim.

Aldeias, vilas e cidades são localidades.

A "A34" é uma auto-estrada com início em Lisboa (que é uma cidade).

Exercício 10.19 (AC)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

Os ligeiros e os pesados são dois tipos de automóveis.

Cada automóvel tem pelo menos 2 portas (que são portas).

Uma das portas é a porta do condutor.

Os automóveis têm pelo menos 4 pneus (que são pneus).

Existem pneus grandes e pequenos.

Os pesados têm entre 8 e 16 pneus grandes.

Os pneus são caracterizados pelo seu diâmetro, que é um número.

Os pneus grandes têm um diâmetro maior ou igual a cinco e os pequenos menor do que cinco.

O diâmetro dos pneus grandes é maior que o dos pneus pequenos.

O “A1” é um ligeiro e as suas portas são “P1” e “P2”.