UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exercícios para as aulas práticas de Representação do Conhecimento

Ana Cardoso-Cachopo

Ano Lectivo 2006/2007

Conteúdo

Prefácio

Estas folhas contêm uma compilação dos exercícios usados nas aulas práticas da disciplina de Representação do Conhecimento no ano lectivo de 2006/2007.

A maior parte deles foi criada por mim especificamente para as aulas práticas ou para as provas de avaliação da disciplina e outros foram tirados de livros ou artigos acerca da matéria em questão.

Existem quatro exercícios cujo enunciado foi feito pelo Professor João Pavão Martins. Esses exercícios estão assinalados com a etiqueta (JPM).

O João Cachopo, para além de discutir comigo alguns dos exercícios, ajudou-me a fazer em LaTeX as figuras dos vários capítulos, tornando esta compilação (muito) mais apresentável.

1 Lógica clássica — Argumentos e representação

Exercício 1.1
Usando apenas a informação que está explícita, diga se os seguintes argumentos são válidos ou são inválidos:

1. Peregrino Cinzento é Gandalf
   Mithrandir é Gandalf
   ∴ Peregrino Cinzento é Mithrandir
2. Mithrandir é um feiticeiro
   Mithrandir é Gandalf
   ∴ Gandalf é um feiticeiro
3. Os orcs são feios
   ∴ Os orcs são feios
4. Nemo é um peixe
   Dori é um peixe
   ∴ Nemo é Dori
5. Os tubarões são carnívoros
   Os tubarões não são vegetarianos
   O Bruce é vegetariano
   ∴ O Bruce não é tubarão
6. Os peixes são animais
   ∴ Os tubarões são animais

Exercício 1.2
Considere a seguinte frase: "o Bit é um cão preto". Discuta várias representações possíveis para ela, em lógica de primeira ordem.

Exercício 1.3
Represente em lógica de primeira ordem a afirmação:
"O Nuno ou é polícia ou é ladrão, mas não os dois simultaneamente."

Exercício 1.4
Represente em lógica de primeira ordem as afirmações:

1. Nenhum tubarão é pessoa.
2. Nem todos os tubarões são carnívoros.
3. Todos os tubarões têm uma cauda.
4. Qualquer tubarão que esteja vivo pode nadar e morder.
5. Só os homens e as mulheres é que são pessoas.
6. Se alguém consegue esquiar então o Nuno também consegue.

7. Tudo o que alguém consegue fazer o Nuno também consegue.
8. O Pai da Maria é casado com a Mãe da Maria.
9. O João acredita que sabe a idade da Maria.

Exercício 1.5
Considere que $PP(x)$ e $P(x)$ representam, respectivamente, "x é um peixe-palhaço" e "x é um peixe" . Represente em lógica de primeira ordem as seguintes frases:

1. Todos os peixes-palhaço são peixes.
2. Alguns peixes são peixes-palhaço.
3. Nem todos os peixes são peixes-palhaço.

Exercício 1.6
Suponha que $F(x)$ representa o predicado "x é um feiticeiro" e que $H(x)$ representa o predicado "x é humano". Traduza as seguintes fbfs para linguagem comum. Se não conseguir traduzir alguma delas, explique porquê.

1. $\exists(x)[H(x)]$
2. $\neg\exists(x)[F(x)]$
3. $\forall(x)[\neg F(x)]$
4. $\forall(x)[F(x) \rightarrow \neg H(x)]$
5. $\exists(x)[F(x) \wedge H(x)]$
6. $\exists(x)[F(x) \rightarrow H(x)]$

2 Lógica clássica — Sistemas sintáctico e semântico

Exercício 2.1
(JPM) Demonstre os seguintes teoremas e argumentos usando o sistema de dedução natural da lógica proposicional. Em cada alínea indique se está a demonstrar um teorema ou um argumento.

1. $A \to (B \to A)$
2. $(A \wedge \neg A) \to B$
3. $(\{A \to B, B \to \neg A\}, \neg A)$
4. $(\{A\}, B \to (A \wedge B))$
5. $((A \to B) \wedge (B \to C)) \to (A \to C)$
6. $(\{\neg(A \vee B)\}, \neg A \wedge \neg B)$
7. $(A \vee \neg B) \to \neg(\neg A \wedge B)$
8. $(\{\}, \neg(\neg A \vee \neg B) \to (A \wedge B)$

Exercício 2.2
Considere o seguinte conjunto de fórmulas:

$$\{Homem \to Pessoa, Mulher \to Pessoa, Homem \vee Mulher\}$$

1. Mostre quais são os modelos desse conjunto.
2. *Pessoa* é consequência lógica desse conjunto? Porquê?
3. Acrescente $\neg Homem$ ao conjunto. Diga quais são os seus modelos e as suas consequências lógicas.

Exercício 2.3
Demonstre os seguintes teoremas usando o sistema de dedução natural da lógica proposicional.

1. $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$
2. $(((A \to (A \to B)) \wedge A) \to B)$
3. $(\neg A \to \neg B) \to (B \to A)$
4. $(A \wedge B) \to \neg(A \to \neg B)$
5. $((A \to B) \wedge \neg B) \to \neg A$
6. $(A \to \neg A) \to \neg A$
7. $(A \vee B) \to (B \vee A)$

8. $((A \vee B) \vee C) \rightarrow (A \vee (B \vee C))$
9. $(A \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$
10. $((A \wedge B) \vee A) \rightarrow A$

Exercício 2.4
Usando o sistema sintáctico ou semântico, conforme o indicado, forneça provas para o seguinte:

1. $\{(A \vee B), \neg A\} \vdash B$
2. $\{\neg A \vee B\} \vdash \neg(A \wedge \neg B)$
3. $\{\neg(A \wedge \neg B)\} \vdash A \rightarrow B$
4. $\{A \vee B\} \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$
5. $\{\neg(\neg A \wedge \neg B)\} \vdash (A \vee B)$
6. $\{\neg A \vee B, A\} \models B$
7. $\{(A \rightarrow B) \wedge C)\} \models (\neg A \wedge C) \vee (B \wedge C)$

Exercício 2.5
(JPM) Prove os seguintes teoremas, usando o sistema dedutivo da lógica de primeira ordem:

1. $(F(a) \wedge \forall(x)[F(x) \rightarrow G(x)]) \rightarrow G(a)$
2. $(\forall(x)[F(x) \rightarrow G(x)] \wedge \forall(y)[G(y) \rightarrow H(y)]) \rightarrow \forall(z)[F(z) \rightarrow H(z)]$
3. $(\forall(x)[F(x) \rightarrow H(x)] \wedge \exists(y)[F(y)]) \rightarrow \exists(z)[H(z)]$

3 Lógica clássica — Modelação de domínio

Exercício 3.1
Considere a seguinte informação acerca de mamíferos. Com base nela e no conhecimento (de senso comum) que tem acerca do mundo, represente-a usando lógica de primeira ordem. Note que alguma desta informação pode ser muito difícil de representar; se for esse o caso, indique-o explicitamente e proponha uma solução.

Existem aproximadamente 4500 espécies de mamíferos no mundo, e todos eles respiram oxigénio do ar. Os mamíferos também são caracterizados por cuidarem das suas crias enquanto bebés e por as alimentarem de leite materno.

As fêmeas dos mamíferos desenvolvem as crias dentro do ventre e quando chegam ao fim da gestação podem ter entre 1 e 27 crias.

Uma das excepções a esta regra são os monotremas (que incluem os ornitorrincos e as equidnas), que põem ovos e os incubam, para as crias se desenvolverem. Os machos dos ornitorrincos são também caracterizados, entre outras coisas, por terem espigões venenosos nas patas traseiras.

Os humanos, em contrapartida, podem ser caracterizados pelo índice de massa corporal: peso em kilos a dividir pela altura em metros ao quadrado. Este valor é interpretado da seguinte forma:

IMC inferior 18,5	Peso abaixo do normal
IMC de 18,5 a 25	Peso Normal
IMC de 25 a 29,9	Excesso de Peso
IMC superior 30	Obesidade

O Luís é um humano que pesa 90Kg e mede 1,90m. O Zé é uma cria do Luis.

A OF é um ornitorrinco fêmea, o OM é um ornitorrinco macho e a OC é uma cria de OF.

Há um mamífero (chamemos-lhe Flip) que ou é um ornitorrinco ou é uma equidna.

Exercício 3.2
Considere as seguintes definições:

- $\delta_1 = \forall(x)[Mamifero(x) \rightarrow Respira(x, OxigenioAr)]$
- $\delta_2 = \forall(x, y)[(Mamifero(x) \wedge Cria(y, x)) \rightarrow (Mamifero(y) \wedge Cuida(x, y))]$
- $\delta_3 = \forall(x)[Humano(x) \rightarrow Mamifero(x)]$
- $\delta_4 = \forall(x, y)[(Mamifero(x) \wedge Femea(x) \wedge Cria(y, x)) \rightarrow Alimenta(x, y, LeiteMaterno)]$
- $\Delta = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4\}$
- $\Delta_1 = \Delta \cup \{Humano(Luis)\}$
- $\Delta_2 = \Delta_1 \cup \{Cria(Ze, Luis)\}$

1. Prove os seguintes argumentos, usando o sistema dedutivo da lógica de primeira ordem:

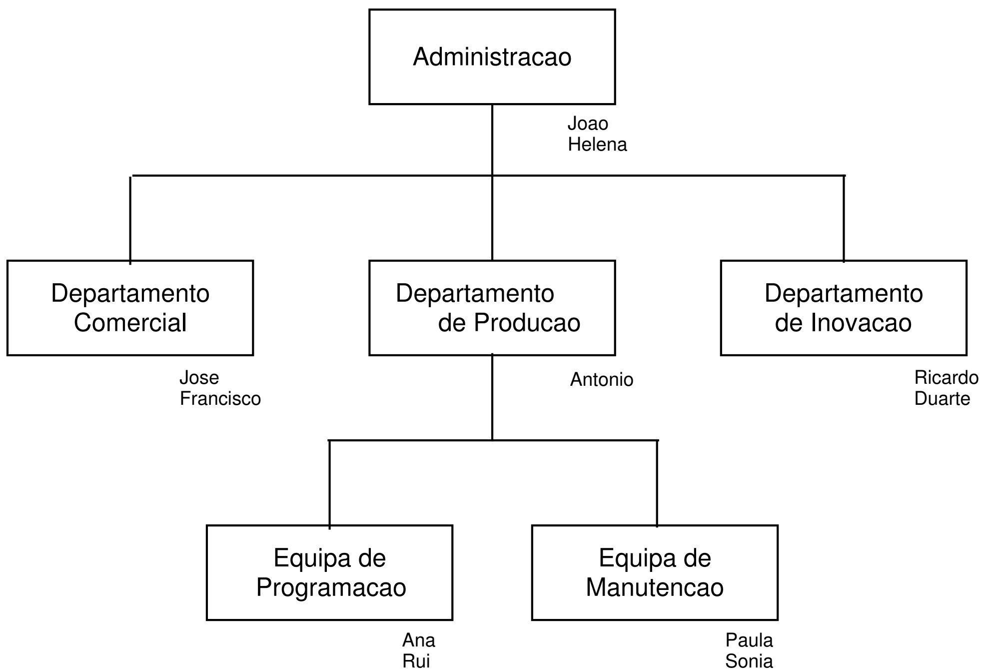
   (a) $(\Delta_1, Respira(Luis, OxigenioAr))$

(b) $(\Delta_2, Cuida(Luis, Ze))$

2. Consegue provar $(\Delta_2, \neg Alimenta(Luis, Ze, LeiteMaterno))$? Porquê?

3. E $(\Delta_2 \cup \{\neg Femea(Luis)\}, \neg Alimenta(Luis, Ze, LeiteMaterno))$? Porquê?

Exercício 3.3
(Adaptado do TPC1 de 2003/04) Existe uma empresa de desenvolvimento de software com o seguinte organigrama:



Cada departamento tem um chefe e cada equipa tem um chefe. Cada chefe depende do chefe da unidade hierarquicamente acima. Os chefes de cada unidade são as pessoas cujo nome aparece em primeiro lugar junto a essa unidade.

Cada pessoa pode ter um conjunto de competências, por exemplo:

- Conhecimento de programação
- Domínio de línguas estrangeiras
- Capacidade de chefia
- etc

Discuta possíveis representações para esta informação, em lógica de primeira ordem. Tenha em consideração o seu conhecimento de senso comum acerca do mundo e suponha que se pretendem seleccionar pessoas para um determinado projecto com base nas suas competências. Em particular, pretende-se uma pessoa para chefiar um projecto na Grã-Bretanha.

4 Lógica não clássica — Lógica da implicação relevante

Exercício 4.1

Prove na lógica da implicação relevante os seguintes teoremas ("correspondentes" aos teoremas, argumentos e provas dos exercícios 2.1, 2.3 e 2.4 da lógica clássica). Caso não consiga provar algum, explique porquê, dizendo qual ou quais as regras que não o permitiram.

1. $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
2. $(A \wedge \neg A) \Rightarrow B$
3. $A \Rightarrow (B \Rightarrow (A \wedge B))$
4. $\neg(A \vee B) \Rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$
5. $(\neg A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
6. $(A \wedge B) \Rightarrow \neg(A \Rightarrow \neg B)$
7. $((A \Rightarrow B) \wedge \neg B) \Rightarrow \neg A$
8. $((\neg A \vee B) \wedge \neg B) \Rightarrow \neg A$
9. $(A \Rightarrow \neg A) \Rightarrow \neg A$
10. $((A \vee B) \vee C) \Rightarrow (A \vee (B \vee C))$
11. $(A \wedge (B \vee C)) \Rightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$
12. $(A \vee (B \wedge C)) \Rightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$
13. $(\neg A \vee B) \Rightarrow \neg(A \wedge \neg B)$
14. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow \neg A)) \Rightarrow \neg A$
15. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$
16. $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$
17. $(((A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \wedge A) \Rightarrow B)$
18. $(A \vee B) \Rightarrow (B \vee A)$
19. $((A \wedge B) \vee A) \Rightarrow A$
20. $((A \vee B) \wedge \neg A) \Rightarrow B$
21. $\neg(A \wedge \neg B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$
22. $(A \vee B) \Rightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B)$
23. $\neg(\neg A \wedge \neg B) \Rightarrow (A \vee B)$
24. $((\neg A \vee B) \wedge A) \Rightarrow B$

5 Lógica não clássica — Lógica modal

Exercício 5.1
Considere que os operadores modais $\Box$ e $\Diamond$ têm os seguintes significados:

$\Box$ sempre no futuro

$\Diamond$ alguma vez no futuro

1. Represente as seguintes proposições:
   (a) O Zé há-de ser feliz.
   (b) O Zé será sempre feliz.
   (c) Nunca mais vai haver guerra.
   (d) Existe alguém que nunca vai ser rico.
2. Quais dos axiomas que conhece usaria no seu sistema para raciocinar acerca do tempo? Justifique, utilizando para isso o significado dos axiomas.

   B: $\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$

   D: $\Box\alpha \rightarrow \Diamond\alpha$

   T: $\Box\alpha \rightarrow \alpha$

   4: $\Box\alpha \rightarrow \Box\Box\alpha$

   5: $\Diamond\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$

Exercício 5.2
Demonstre que o axioma modal 4 ($\Box\alpha \rightarrow \Box\Box\alpha$) é verdadeiro em todas as estruturas em que a relação de acessibilidade é transitiva, isto é, que verifica a condição $\forall(w_i, w_j, w_k \in W)[(R(w_i, w_j) \wedge R(w_j, w_k)) \rightarrow R(w_i, w_k)]$.
Será que este axioma é adequado se interpretarmos o símbolo modal como "eu sei que"? Justifique a sua resposta.

Exercício 5.3
Demonstre que o axioma modal T ($\Box\alpha \rightarrow \alpha$) é verdadeiro em todas as estruturas em que a relação de acessibilidade é reflexiva, isto é, que verifica a condição $\forall(w_i \in W)[R(w_i, w_i)]$.
Será que este axioma é adequado se interpretarmos o símbolo modal como "eu sei que"? Justifique a sua resposta.

Exercício 5.4
Considere que o operador modal $\Box$ tem o significado “eu sei que”.

1. Represente as seguintes proposições:
   (a) Eu sei que hoje não chove.
   (b) Eu sei que nos dias de sol não chove.
   (c) Nos dias de chuva eu sei que fico molhado.

2. Com este significado para o operador modal, será que faz sentido introduzir o axioma $\alpha \rightarrow \Box\alpha$?

Exercício 5.5
Considere que os operadores modais $\Box$ e $\Diamond$ têm os seguintes significados:

$\Box$ é obrigatório

$\Diamond$ é permitido

1. Represente as seguintes frases:
   (a) Os cidadãos colectados têm que fazer a declaração de rendimentos.
   (b) É proibido matar pessoas.
   (c) As mulheres podem ir à tropa.
   (d) Apenas as pessoas com carta podem conduzir.
2. Quais dos axiomas que conhece usaria no seu sistema para raciocinar acerca de leis? Justifique.
   B: $\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$
   D: $\Box\alpha \rightarrow \Diamond\alpha$
   T: $\Box\alpha \rightarrow \alpha$
   4: $\Box\alpha \rightarrow \Box\Box\alpha$
   5: $\Diamond\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$

Exercício 5.6
Prove que o axioma modal B ($\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$) é verdadeiro em todas as estruturas cuja relação de acessibilidade é simétrica, isto é, que verifica a condição $\forall(w_i, w_j \in W)[R(w_i, w_j) \rightarrow R(w_j, w_i)]$.

Exercício 5.7
Prove que o axioma modal D ($\Box\alpha \rightarrow \Diamond\alpha$) é verdadeiro em todas as estruturas cuja relação de acessibilidade é linear, isto é, que verifica a condição $\forall(w_i \in W)[\exists(w_j \in W)[R(w_i, w_j)]]$.

Exercício 5.8
Prove que o axioma modal 5 ($\Diamond\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$) é verdadeiro em todas as estruturas cuja relação de acessibilidade é euclideana, isto é, que verifica a condição $\forall(w_i, w_j, w_k \in W)[(R(w_i, w_j) \wedge R(w_i, w_k)) \rightarrow R(w_j, w_k)]$.

Exercício 5.9
Prove que se $\vdash (\alpha \rightarrow \beta)$ então $\vdash (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$, no sistema sintáctico da lógica modal normal (só com axioma K, axiomas da LPO, MP, necessitação).

Exercício 5.10
Prove a regra de inferência da necessitação no sistema semântico da lógica modal.

Exercício 5.11
Prove, pela via sintáctica, no sistema T o seguinte teorema: $p \rightarrow \Diamond p$. Sugestão: use o axioma $(\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \neg\alpha)$. Axioma T $= \Box\alpha \rightarrow \alpha$.

Exercício 5.12
Prove, pela via semântica, no sistema T o seguinte teorema: $p \rightarrow \Diamond p$.
Axioma T $= \Box\alpha \rightarrow \alpha$. (relação de acessibilidade reflexiva)

Exercício 5.13
Prove, pela via **semântica**, na lógica modal normal, os seguintes teoremas:

1. $\{\Box B\} \vdash \Box(A \rightarrow B)$
2. $\{\Box\neg A\} \vdash \Box(A \rightarrow B)$
3. $\{A \rightarrow \Box B, \Box(B \rightarrow C)\} \vdash A \rightarrow \Box C$
4. $\Diamond(A \wedge B) \rightarrow (\Diamond A \wedge \Diamond B)$
5. $\{\Box A\} \vdash \Box(A \vee B)$

6 Lógica não monótona — LOR, Representação

Exercício 6.1
Considere a representação que fez para o exercício dos mamíferos em Lógica De Primeira Ordem.

Diga que alterações é que deveria fazer a essa representação para a passar para a Lógica de Omissão do Reiter.

Exercício 6.2
Diga, justificando, se as seguintes regras de omissão fazem ou não sentido, do ponto de vista da Representação do Conhecimento.

1. $\frac{A(x):B(x)}{B(x)}$
2. $\frac{A(x):B(x) \wedge C(x)}{B(x)}$
3. $\frac{A(x):B(x)}{C(x)}$
4. $\frac{A(x):B(x)}{A(x)}$
5. $\frac{:\neg A(x)}{A(x)}$
6. $\frac{:A(x)}{A(x)}$
7. $\frac{A(x):}{B(x)}$

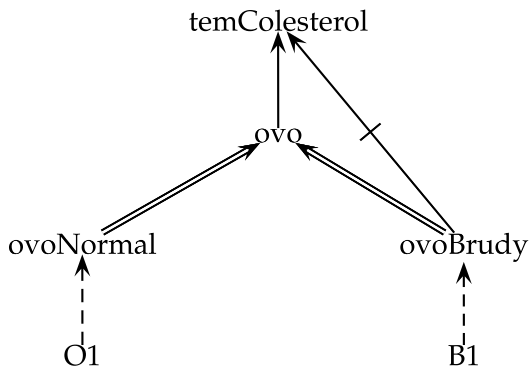
Exercício 6.3
Considere as seguintes frases:

- As pessoas simpáticas têm pelo menos uma outra pessoa que é sua amiga.
- Em geral, as pessoas conhecem a sua mãe.
- As pessoas que são honestas normalmente não mentem.
- Tipicamente, as pessoas simpáticas são bem-dispostas, a não ser que estejam zangadas.
- Nem os solteiros nem os padres são casados.
- O Rui é um padre casado.

1. Represente-as, usando uma teoria da Lógica de Omissão de Reiter.
2. Essa teoria tem alguma extensão? Porquê?
3. Que alterações é que faria no conhecimento que foi representado de modo a que a teoria passasse a ter pelo uma extensão não contraditória?

Exercício 6.4
Considere a seguinte hierarquia, em que:

a$\Longrightarrow$b	significa que todos os *a*s são *b*s
a$\not\Longrightarrow$b	significa que nenhum *a* é um *b*
a$\longrightarrow$b	significa que normalmente os *a*s são *b*s
a$\not\longrightarrow$b	significa que normalmente os *a*s não são *b*s
A$\dashrightarrow$b	significa que este A é um *b*
A$\not\dashrightarrow$b	significa que este A não é um *b*



1. Represente-a usando uma teoria de omissão da lógica de omissão do Reiter.
2. Diga quais devem ser, intuitivamente, as extensões dessa teoria e o que consegue concluir acerca de cada uma das instâncias.
3. Algumas destas conclusões podem ser invalidadas por nova informação? Porquê?
4. Que alterações teria que fazer à hierarquia anterior para acrescentar o $C1$, que é um ovo de chocolate? Quais as propostas de extensão que fazia sentido testar neste caso?
5. E se acrescentasse outro ovo Brudy, o $B2$?

Exercício 6.5
Represente a seguinte informação usando uma teoria da Lógica da Omissão de Reiter:

- Normalmente, os carros são rápidos, a não ser que estejam avariados.
- Em geral, os carros que não estão avariados não são rebocados, a não ser que estejam mal estacionados ou sejam roubados.
- O Herbie é um carro.
- Os Ferraris são carros rápidos.
- Tipicamente os Ferraris são vermelhos, ou pretos, ou amarelos.
- O Nuno tem um carro que é um Ferrari vermelho.

Exercício 6.6
Considere a tradução da solução do primeiro TPC de 2003/2004 para Lógica De Primeira Ordem.

Diga que alterações é que deveria fazer a essa representação para a passar para a Lógica de Omissão do Reiter.

7 Lógica não monótona — LOR, Cálculo de extensões

Exercício 7.1
Considere a teoria de omissão $(\{r_1, r_2\}, \Delta)$, em que:
$r_1 = \frac{Ovo(x) : TemColesterol(x)}{TemColesterol(x)}$, $\quad r_2 = \frac{OvoBrudy(x) : \neg TemColesterol(x)}{\neg TemColesterol(x)}$

$$\begin{aligned}\Delta = \{&\forall(x)[OvoNormal(x) \rightarrow Ovo(x)],\\ &\forall(x)[OvoBrudy(x) \rightarrow Ovo(x)],\\ &OvoNormal(O1),\\ &OvoBrudy(B1)\,\}\end{aligned}$$

1. Calcule as suas extensões pela via sintáctica.

2. Calcule as suas extensões pela via semântica.

Exercício 7.2
Considere a seguinte teoria de omissão:
$\mathcal{T} = (\{r_1, r_2, r_3\}, \{P \rightarrow \neg Q, Q \rightarrow \neg R\})$
$r_1 = \frac{:P}{P}, r_2 = \frac{:Q \wedge R}{Q}, r_3 = \frac{:R}{R}$

1. Calcule as suas extensões pela via sintáctica.

2. Calcule as suas extensões pela via semântica.

Exercício 7.3
Calcule, pela via semântica, as extensões da teoria de omissão $\mathcal{T}_{12} = (\{r_1, r_2, r_3, r_4\}, \{P, S\})$
$r_1 = \frac{P : Q}{Q}, r_2 = \frac{S : T}{T}, r_3 = \frac{Q \wedge T : R \wedge U}{R \wedge U}, r_4 = \frac{: \neg R}{\neg R}$

Exercício 7.4
Considere a seguinte teoria de omissão = $(\{r_1, r_2, r_3\}, \Delta)$
$r_1 = \frac{Mamifero(x) : ProduzLeite(x)}{ProduzLeite(x)}$
$r_2 = \frac{TemPelos(x) : Mamifero(x)}{Mamifero(x)}$
$r_3 = \frac{PoeOvos(x) : \neg Mamifero(x)}{\neg Mamifero(x)}$

$$\begin{aligned}\Delta = \{&\forall(x)[Ornitorrinco(x) \rightarrow TemPelos(x)],\\ &\forall(x)[Ornitorrinco(x) \rightarrow PoeOvos(x)],\\ &Ornitorrinco(Flip),\\ &TemPelos(Lassie)\,\}\end{aligned}$$

1. Calcule as suas extensões pela via sintáctica.

2. Calcule as suas extensões pela via semântica.

Exercício 7.5
Determine as extensões das teorias de omissão seguintes pela via semântica:

1. $\mathcal{T}_{13} = (\{r_1, r_2, r_3\}, \{P, S, U\})$
   $r_1 = \frac{P : Q \wedge \neg R}{Q}$, $r_2 = \frac{S : R \wedge \neg T}{R}$, $r_3 = \frac{U : T \wedge \neg Q}{T}$

2. $\mathcal{T}_{14} = (\{r_1, r_2, r_3\}, \{P\})$
   $r_1 = \frac{P : Q \wedge R}{Q \wedge R}$, $r_2 = \frac{P : Q, \neg Q}{R}$, $r_3 = \frac{P \wedge R : Q}{Q}$

3. $\mathcal{T}_{15} = (\{r_1, r_2, r_3\}, \{P\})$
   $r_1 = \frac{P : Q}{R}$, $r_2 = \frac{R : P}{\neg Q}$, $r_3 = \frac{: P \wedge R}{R \wedge \neg Q}$

4. $\mathcal{T}_{16} = (\{r_1, r_2, r_3\}, \{V \to A, V \to C, H, P\})$
   $r_1 = \frac{H : V}{V}$, $r_2 = \frac{P : \neg A}{\neg A}$, $r_3 = \frac{P : C}{C}$

5. $\mathcal{T}_{17} = (\{r_1, r_2, r_3\}, \{Q\})$
   $r_1 = \frac{: P, \neg P}{P}$, $r_2 = \frac{Q : R}{R}$, $r_3 = \frac{R : \neg P}{\neg P}$

6. $\mathcal{T}_{18} = (\{r_1, r_2, r_3\}, \{\neg P \vee \neg Q, \neg P \to R, S\})$
   $r_1 = \frac{S : P \wedge R}{P}$, $r_2 = \frac{: \neg P}{Q}$, $r_3 = \frac{S : Q}{Q}$

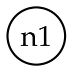
7. $\mathcal{T}_{19} = (\{r_1, r_2, r_3\}, \{P \vee Q, P \to R\})$
   $r_1 = \frac{: P}{\neg R}$, $r_2 = \frac{P : Q}{Q}$, $r_3 = \frac{: R \wedge Q}{R \wedge Q}$

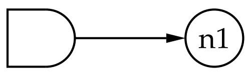
8. $\mathcal{T}_{20} = (\{r_1, r_2\}, \{A, B, C\})$
   $r_1 = \frac{Morcego(x) : Fdd(x, Voar)}{Fdd(x, Voar)}$, $r_2 = \frac{Mamifero(x) : Fdd(x, Andar)}{Fdd(x, Andar)}$,
   $A = Morcego(Vampy)$,
   $B = \forall(x)[Morcego(x) \to Mamifero(x)]$,
   $C = \forall(x)[Fdd(x, Andar) \leftrightarrow \neg Fdd(x, Voar)]$

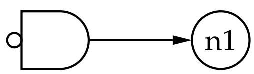
9. $\mathcal{T}_{21} = (\{r_1, r_2\}, \{A, B, C\})$
   $r_1 = \frac{Estudioso(x) : Sabio(x)}{Sabio(x)}$, $r_2 = \frac{Politico(x) : \neg Sabio(x)}{\neg Sabio(x)}$,
   $A = \forall(x)[Sabio(x) \to Excentrico(x)]$, $B = Estudioso(Luis)$, $C = Politico(Luis)$

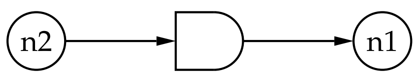
8 Sistemas de revisão de crenças — JTMS e ATMS

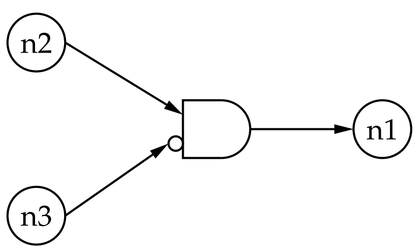
Exercício 8.1
Rotule as redes de dependências seguintes usando um JTMS, tendo em atenção que cada rede pode ter zero, uma ou mais rotulações possíveis. Se alguma delas tiver mais do que uma rotulação, deve mostrá-las todas.

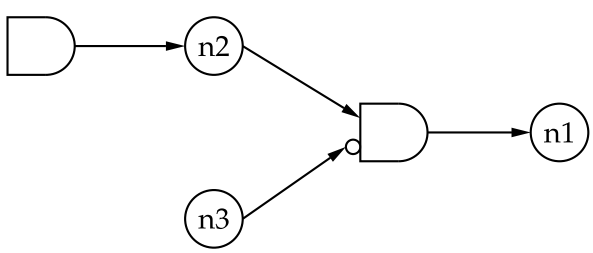
1.


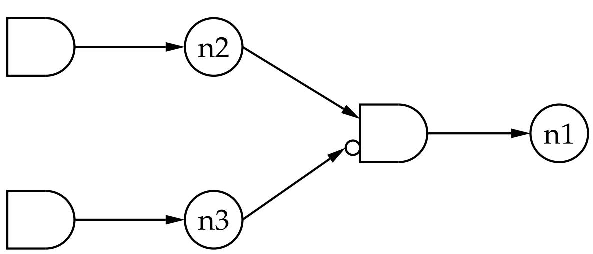
2.


3.


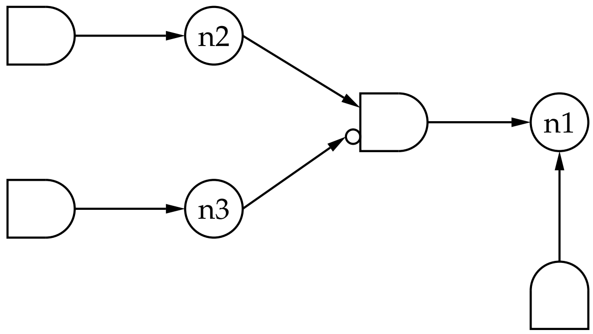
4.


5.


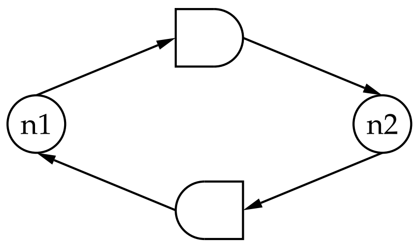
6.


7.


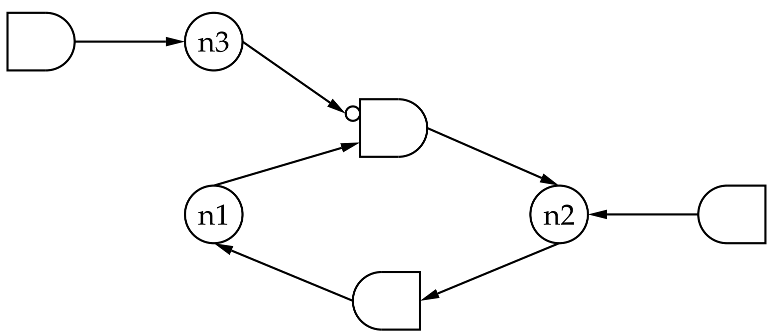
8.



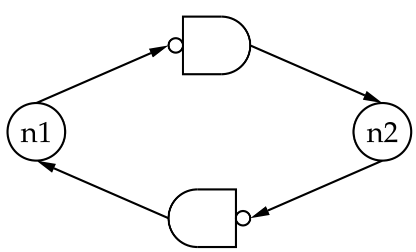
9.



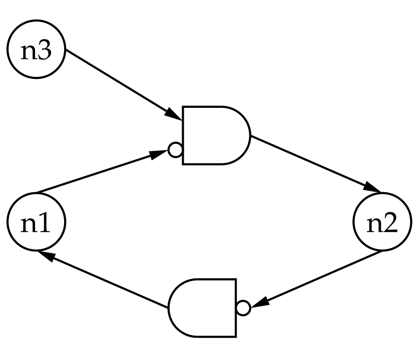
10.



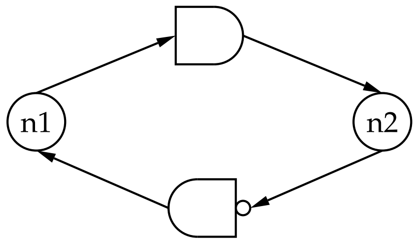
11.



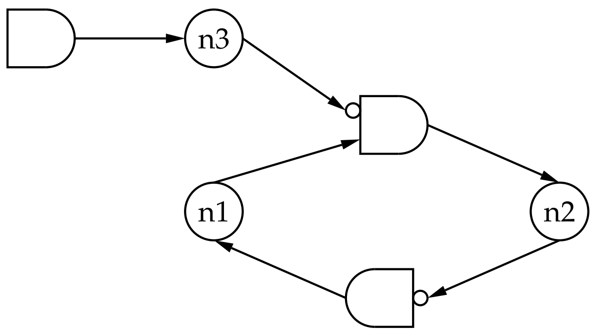
12.



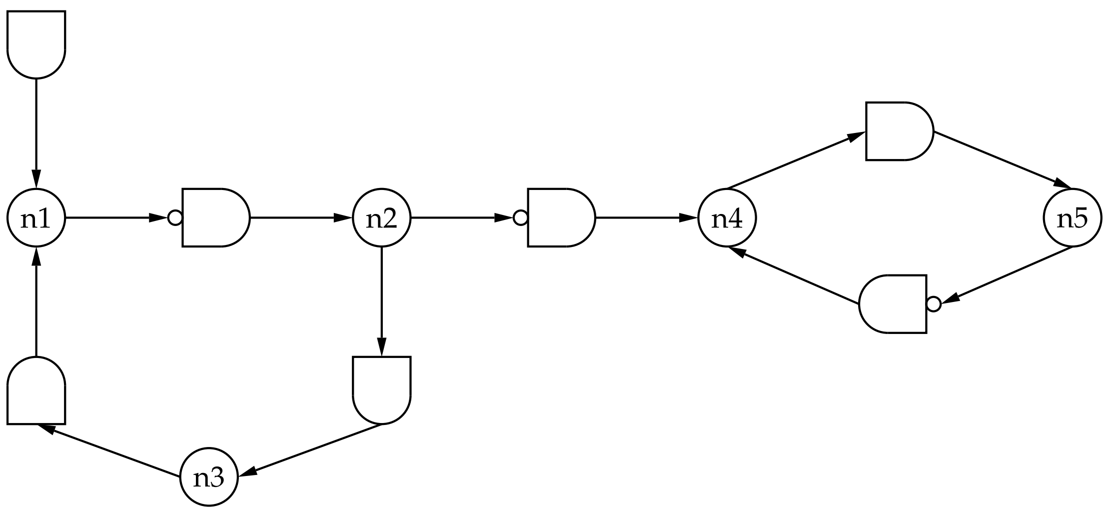
13.



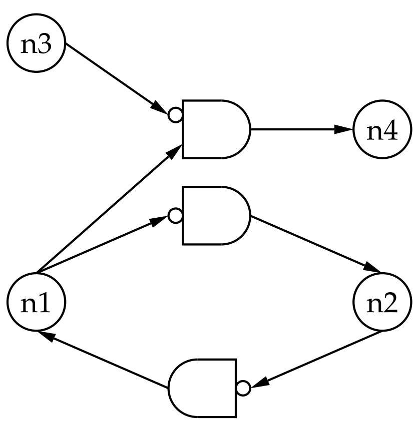
14.



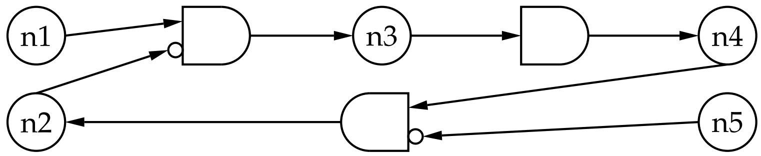
15.



16.

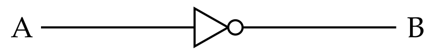


17.

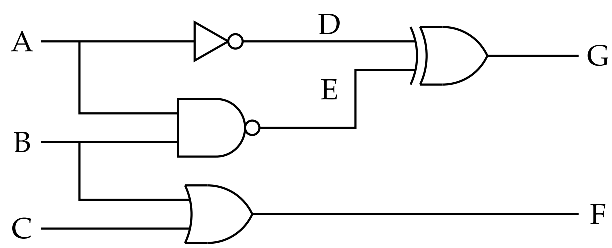


Exercício 8.2
Quais as redes do exercício anterior que consegue representar usando algum ATMS conhecido? Porquê?

Exercício 8.3
Represente o seguinte circuito lógico usando um ATMS.



Exercício 8.4
Considere o seguinte circuito lógico:



1. Represente-o usando um ATMS.
2. Se $A = 1$, $B = 0$ e $C = 0$, quais são os valores das saídas F e G?
3. E se $A = 0$ e $C = 1$?
4. E se $C = 1$?
5. Quais os valores que têm que ter as entradas A, B e C para ambas as saídas terem o valor 1?
6. E para terem ambas o valor 0?
7. E para pelo menos uma delas ter o valor 1?
8. Quais os valores que têm que ter as entradas A, B e C para E ter o valor 1?
9. E para $E = 0$ e $F = 0$?
10. Se $A = 1$, $B = 0$ e $C = 0$, quais são os fios que têm o valor 1?

Exercício 8.5
Explique qual a diferença entre um nó $n1$ que tem o rótulo $\{\}$ e um nó $n2$ que tem o rótulo $\{\{\}\}$ no ATMS de deKleer.

9 Redes Semânticas — SNePS

Exercício 9.1
Represente graficamente em SNePS as seguintes afirmações. Para facilitar a numeração dos nós, considere que cada afirmação é representada numa "rede nova".

1. O Bit é um cão preto.
2. O Nuno ou é polícia ou é ladrão, mas não os dois simultaneamente.
3. Nenhum tubarão é pessoa.
4. Nem todos os tubarões são carnívoros.
5. Todos os tubarões têm uma cauda.
6. Qualquer tubarão que esteja vivo pode nadar e morder.
7. Só os homens e as mulheres é que são pessoas.
8. Se alguém consegue esquiar então o Nuno também consegue.
9. Tudo o que alguém consegue fazer o Nuno também consegue.
10. O Pai da Maria é casado com a Mãe da Maria.

Exercício 9.2
(JPM) Represente graficamente em SNePS as seguintes afirmações:

1. O João acredita que sabe a idade da Maria.
2. O João não sabe a idade da Maria.
3. A Maria tem 22 anos.

Exercício 9.3
(JPM) Represente graficamente em SNePS as seguintes propriedades de relações:

1. Transitividade.
2. Simetria.
3. Reflexividade.
4. Equivalência. Uma relação de equivalência é uma relação simétrica, reflexiva e transitiva.

Exercício 9.4
Considere a seguinte informação acerca de mamíferos. Com base nela e no conhecimento (de senso comum) que tem acerca do mundo, represente-a graficamente em SNePS.

Existem aproximadamente 4500 espécies de mamíferos no mundo, e todos eles respiram oxigénio do ar. Os mamíferos também são caracterizados por cuidarem das suas crias enquanto bebés e por as alimentarem de leite materno.

As fêmeas dos mamíferos desenvolvem as crias dentro do ventre e quando chegam ao fim da gestação podem ter entre 1 e 27 crias.

Uma das excepções a esta regra são os monotremas (que incluem os ornitorrincos e as equidnas), que põem ovos e os incubam, para as crias se desenvolverem. Os machos dos ornitorrincos são também caracterizados, entre outras coisas, por terem espigões venenosos nas patas traseiras.

Os humanos, em contrapartida, podem ser caracterizados pelo índice de massa corporal: peso em kilos a dividir pela altura em metros ao quadrado. Este valor é interpretado da seguinte forma:

IMC inferior 18,5	Peso abaixo do normal
IMC de 18,5 a 25	Peso Normal
IMC de 25 a 29,9	Excesso de Peso
IMC superior 30	Obesidade

O Luís é um humano que pesa 90Kg e mede 1,90m. O Zé é uma cria do Luis.

A OF é um ornitorrinco fêmea, o OM é um ornitorrinco macho e a OC é uma cria de OF.

Há um mamífero (chamemos-lhe Flip) que ou é um ornitorrinco ou é uma equidna.

10 Sistemas de Enquadramentos — KEE

Exercício 10.1
Represente em KEE a seguinte informação:

- Existem praias de mar e praias de rio.
- As praias podem ou não ser concessionadas.
- As praias de mar têm ondas, mas as de rio não têm.
- A praia mais bonita é a PraiaGrande, que é uma praia de mar não concessionada.
- A P1 ou é uma praia de mar ou é uma praia de rio (mas não ambas simultaneamente).
- A quantidade de lixo existente nas praias pode ser calculada como um kilo por cada cem utentes.

Exercício 10.2
Considere a seguinte informação acerca de mamíferos. Com base nela e no conhecimento (de senso comum) que tem acerca do mundo, represente-a em KEE.

Existem aproximadamente 4500 espécies de mamíferos no mundo, e todos eles respiram oxigénio do ar. Os mamíferos também são caracterizados por cuidarem das suas crias enquanto bebés e por as alimentarem de leite materno.

As fêmeas dos mamíferos desenvolvem as crias dentro do ventre e quando chegam ao fim da gestação podem ter entre 1 e 27 crias.

Uma das excepções a esta regra são os monotremas (que incluem os ornitorrincos e as equidnas), que põem ovos e os incubam, para as crias se desenvolverem. Os machos dos ornitorrincos são também caracterizados, entre outras coisas, por terem espigões venenosos nas patas traseiras.

Os humanos, em contrapartida, podem ser caracterizados pelo índice de massa corporal: peso em kilos a dividir pela altura em metros ao quadrado. Este valor é interpretado da seguinte forma:

IMC inferior 18,5	Peso abaixo do normal
IMC de 18,5 a 25	Peso Normal
IMC de 25 a 29,9	Excesso de Peso
IMC superior 30	Obesidade

O Luís é um humano que pesa 90Kg e mede 1,90m. O Zé é uma cria do Luis.

A OF é um ornitorrinco fêmea, o OM é um ornitorrinco macho e a OC é uma cria de OF.

Há um mamífero (chamemos-lhe Flip) que ou é um ornitorrinco ou é uma equidna.

Exercício 10.3
Considere a representação em KEE da informação do Exercício 10.2.
Explique a resposta que seria dada pelo KEE a cada uma das seguintes perguntas:

1. Quantas espécies de mamíferos existem?
2. E quantas espécies de monotremas existem?

3. Qual é o tipo de reprodução dos mamíferos?
4. Quem é que é mamífero?
5. Quais são as subclasses de mamífero?
6. O que é que o Zé respira?
7. Quem é que respira oxigénio do ar?
8. Qual é o índice de massa corporal do Luís?
9. Qual é o tipo de peso do Luís?
10. O Luís cuida do Zé?
11. E do Flip?
12. O Luís é pai do Zé?
13. Qual é a forma de reprodução do Flip?
14. E qual é o seu peso?
15. Quem é que põe ovos?

Exercício 10.4
Discuta possíveis representações em KEE para os seguintes tipos de conhecimento:

1. Relações familiares: pai, mãe, irmãos, avós, tios, primos, etc.
2. Números e operações aritméticas: pares, ímpares, primos, somas, multiplicações, elementos neutros, etc.
3. Relações e suas propriedades: transitividade, reflexividade, simetria, equivalência, etc.
4. Conhecimento ou crenças de pessoas: o que é que alguém sabe, pensa que sabe, acredita, etc.

11 Lógicas Descritivas — KL-ONE e Sintaxe Abstracta

Exercício 11.1
(Adaptado do artigo "An overview of the KL-ONE knowledge representation system" de R. J. Brachman e J. G. Schmolze)
Represente em KL-ONE a seguinte informação:

1. Uma mensagem é, entre outras coisas, uma coisa, com pelo menos um emissor (que é uma pessoa), pelo menos um receptor (que é uma pessoa), um corpo (que é um texto), uma data de emissão e uma data de recepção (que são datas).
2. Uma mensagem de frota é uma mensagem cujo(s) emissor(es) é (são) comandante(s) de frota.
3. Uma mensagem privada é uma mensagem com um único receptor.
4. O João enviou à Ana uma mensagem privada com o texto "Olá, bom dia.".
5. Uma mensagem com cópia é uma mensagem que tem, entre os possíveis receptores, pelo menos um que é aquele a quem a mensagem se destina (que é o ParaReceptor) e tem pelo menos um receptor para o qual é enviada uma cópia da mensagem (o CópiaReceptor).
6. Uma mensagem importante é uma mensagem privada cujo receptor é um empregado e cujo emissor é o chefe do receptor.
7. Uma mensagem com resposta é uma mensagem com uma data de resposta, que é uma data.
8. Uma mensagem urgente é uma mensagem com resposta que é respondida menos de uma hora depois de ser recebida. (Ou seja, uma mensagem urgente é uma mensagem com resposta cuja data de recepção e data de resposta satisfazem uma relação MenorQue, cujo menor é a data de recepção, cujo maior é a data de resposta e cuja diferença é menor que uma hora, que é um período de tempo.)

Exercício 11.2
Represente, usando a sintaxe abstracta das lógicas descritivas, a seguinte informação:

- As praias podem ser caracterizadas pela sua localização (que é um lugar), pelo seu comprimento e pela sua largura (que são números).
- As praias têm também vários acessos, que são passagens.
- Dos vários acessos existentes numa praia, existe um que é o principal.
- As praias de mar estão localizadas à beira-mar e as praias de rio estão localizadas à beira-rio.
- A P1 é uma praia de mar de comprimento 1000 cujo acesso principal é o A1.

Exercício 11.3
Usando a sintaxe abstracta das lógicas terminológicas, represente a seguinte informação:

- Existem vários tipos de portas lógicas: portas AND, OR e NOT.

- As portas lógicas têm pelo menos uma entrada e exactamente uma saída, que são valores lógicos.
- Os valores lógicos são TRUE e FALSE.
- As portas NOT têm apenas uma entrada e uma saída.
- N1 é uma porta NOT com entrada TRUE e saída FALSE.

Exercício 11.4
Considere a seguinte informação acerca de mamíferos. Com base nela e no conhecimento (de senso comum) que tem acerca do mundo, represente-a usando a sintaxe abstracta das lógicas descritivas.

Existem aproximadamente 4500 espécies de mamíferos no mundo, e todos eles respiram oxigénio do ar. Os mamíferos também são caracterizados por cuidarem das suas crias enquanto bebés e por as alimentarem de leite materno.

As fêmeas dos mamíferos desenvolvem as crias dentro do ventre e quando chegam ao fim da gestação podem ter entre 1 e 27 crias.

Uma das excepções a esta regra são os monotremas (que incluem os ornitorrincos e as equidnas), que põem ovos e os incubam, para as crias se desenvolverem. Os machos dos ornitorrincos são também caracterizados, entre outras coisas, por terem espigões venenosos nas patas traseiras.

Os humanos, em contrapartida, podem ser caracterizados pelo índice de massa corporal: peso em kilos a dividir pela altura em metros ao quadrado. Este valor é interpretado da seguinte forma:

IMC inferior 18,5	Peso abaixo do normal
IMC de 18,5 a 25	Peso Normal
IMC de 25 a 29,9	Excesso de Peso
IMC superior 30	Obesidade

O Luís é um humano que pesa 90Kg e mede 1,90m. O Zé é uma cria do Luis.

A OF é um ornitorrinco fêmea, o OM é um ornitorrinco macho e a OC é uma cria de OF.

Há um mamífero (chamemos-lhe Flip) que ou é um ornitorrinco ou é uma equidna.